Termín pro odevzdání: úterý 3. 1. 2023

1. Modifikací postupu ze cvičení nalezněte Fourierovou metodou řešení rovnice

$$\Delta u = 0 \qquad \text{v } \Omega \subset \mathbb{R}^2 ,$$

kde (v polárních souřadnicích) $\Omega = \{(r,\varphi), 0 < a < r < \infty, 0 < \varphi < \alpha < 2\pi\}$. Okrajové podmínky jsou

$$\frac{\partial u}{\partial \varphi}(r,0) = \frac{\partial u}{\partial \varphi}(r,\alpha) = 0 , \qquad a < r < \infty ,$$
$$u(a,\varphi) = \cos\left(\frac{2\pi\varphi}{\alpha}\right) , \qquad 0 < \varphi < \alpha .$$

Hledejte pouze "fyzikální" řešení, t.j. řešení omezená pro $r \to \infty$.

2. Pomocí Fourierovy transformace nalezněte fundamementální řešení pro operátor $\Delta^2 + k^4$, t.j. řešení rovnice

$$\Delta\Delta u + k^4 u = \delta , \qquad \text{v } \mathbb{R}^3 .$$

Jako na cvičení se Vám zřejmě může hodit vzoreček pro inverzní Fourierovu transformaci radiální funkce ve třech dimenzích:

$$\mathcal{F}(g(r))(\rho) = \frac{2}{\rho} \lim_{R\to\infty} \int_0^R g(r) r \sin(2\pi r\rho)\, dr .$$