

Počtení část 2 - 7.6.2022

3. (a) Spočtěte integrál

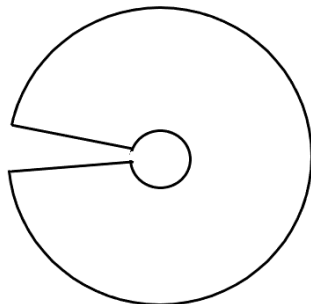
$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(4+x^2)(1+x^2)} dx.$$

- (b) Spočtěte integrál

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{(4+x^2)(1+x^2)} dx.$$

Návod: uvažujte integrál $\int_{\gamma} \frac{\log^3 z}{(4+z^2)(1+z^2)} dz$, kde \log je větev logaritmu s argumentem s hodnotami v $(-\pi, \pi)$ a γ je křivka naznačená na obrázku a využijte výsledek z předchozího bodu. U použité křivky nezapomeňte popsat její parametrizaci.

(12 bodů)



4. Uvažme funkci $f(z) = \frac{\tan z}{z^2(z - \pi)}$.

- (a) Dokažte, že f je holomorfní na svém definičním oboru a tento definiční obor určete.
(b) Najděte všechny izolované singularity f v $(\mathbb{C} \cup \{\infty\}) \setminus D(f)$, určete typ těchto singularit a spočítejte v nich reziduum.

(6 bodů)