

Počtení část 1 - 7.6.2022

1. Uvažme 2π -periodickou funkci $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definovanou pro $x \in (-\pi, \pi]$ předpisem $f(x) = (x + \pi)^2$.
 - (a) Rozviňte f v trigonometrickou Fourierovu řadu s periodou 2π .
 - (b) Vyšetřete bodovou a (lokálně) stejnoměrnou konvergenci této řady.
 - (c) Dokažte (například pomocí Parsevalovy rovnosti), že

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^2}{90}.$$

Můžete využít známou řadu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

(10 bodů)

2. V prostoru $\mathcal{S}'(\mathbb{R})$ uvažme distribuci δ_π (Diracovu distribuci v bodě π).
 - (a) Spočtete δ'_π a δ''_π a Fourierovu transformaci δ_π a δ'_π ,
 - (b) vyjádřete distribuci $\cos x \cdot (\delta_\pi + \delta'_\pi)$ jako lineární kombinaci derivací δ_π ,
 - (c) spočtete Fourierovu transformaci distribuce $\cos x \cdot (\delta_\pi + \delta'_\pi)$ a dokažte, že je to regulární distribuce.

(8 bodů)