

Počtení část 1 - 31.5.2022

1. Uvažme 2π -periodickou funkci $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definovanou pro $x \in (-\pi, \pi]$ předpisem

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & |x| \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

- (a) Rozviňte f v trigonometrickou Fourierovu řadu s periodou 2π .
(b) Vyšetřete bodovou a (lokálně) stejnoměrnou konvergenci této řady.
(c) Dosazením vhodné hodnoty x určete součet řady

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{1 - 16k^2}.$$

(10 bodů)

2. Uvažme funkci $f(z) = \frac{1}{\cosh^2 z}$.

- (a) Dokažte, že f je holomorfní na svém definičním oboru a tento definiční obor určete.
(b) Spočtěte hlavní část Laurentovy řady funkce f na prstencovém okolí každého bodu, ve kterém má f pól.

(8 bodů)