

Domácí úkol č. 1, Termín odevzdání: 24.10.2021.

Všechny kroky řádně zdůvodněte.

1. (1 bod) Spočítejte první a druhý Gâteauxův diferenciál funkcionálu

$$F(y) = \int_0^1 x^2 \sin \pi y + (y')^3 + y''y''' + ye^{-(y'')^2} dx$$

na $C^3(\langle 0, 1 \rangle)$.

2. (1,5 bodu) Vyšetřete extrémy funkcionálu

$$F(y) = \int_0^1 (y')^4 - 6(y')^2 dx$$

na množině

$$M = \{y \in C^1(\langle 0, 1 \rangle); y(0) = 0, y(1) = A\}$$

pro nějaké číslo $A \in \mathbb{R}$, $|A| \neq 1$.

3. (1,5 bodu) Vyšetřete extrémy funkcionálu

$$F(y) = \int_1^2 x(y')^4 - 2y(y')^3 dx$$

na množině

$$M = \{y \in C^1(\langle 1, 2 \rangle); y(1) = 0, y(2) = 1\}$$