

Úloha 1 (2b). Na \mathbb{R}^n uvažujme regulární středovou kvadriku s rovnicí

$$\mathbf{x}^T A \mathbf{x} + 2\mathbf{b}^T \mathbf{x} + c = 0$$

Odvoďte vyjádření souřadnic jejího středu pomocí symetrické matice A , vektoru \mathbf{b} a čísla c .

Úloha 2 (2b). V reálném vektorovém prostoru V dimenze n se skalárním součinem g uvažujme bázi $B = (e_1, \dots, e_n)$ a označme $B^* = (e^1, \dots, e^n)$ bázi k ní duální. Odvoďte vztah pro vyjádření vektoru $\sharp_g(e^i)$ jako lineární kombinace prvků báze B .

Úloha 3 (2b). Je zobrazení $\exp : \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$ prosté? Dá se každá regulární matice z $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ napsat jako exponenciála nějaké matice z $\mathbb{R}^{2 \times 2}$? Zdůvodněte.

Úloha 4 (4b). Formulujte a dokažte větu o Gramově-Schmidtově ortogonalizaci.