

Úloha 1 (2b). Uvažujme unitární prostor  $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$  a  $W$  jeho podprostor konečné dimenze. Co platí pro součet  $W + W^\perp$ ? Formulujte a dokažte.

Úloha 2 (2b). Necht'  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ . Ukažte, že existují dvě matice  $P, Q \in \mathbb{C}^{n \times n}$  takové, že současně platí podmínky:

1.  $A = P + Q$ ,
2.  $P$  je diagonalizovatelná.
3.  $\exists k \in \mathbb{N} : Q^k = 0$ .
4.  $PQ = QP$ .

Úloha 3 (2b). Odvoďte transformační vztah pro souřadnice tenzorů typu  $(2, 1)$ .

Úloha 4 (4b). Formulujte a dokažte větu o ortogonální diagonalizaci normálního operátoru.