

Úloha 1 (2b). Uvažujme lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^2$, které splňuje

$$f((1, 2, 3, 4, 5)^T) = (1, 4)^T \text{ a zároveň } f((5, 4, 3, 2, 1)^T) = (2, 8)^T$$

Najděte nějakou nekonečnou podmnožinu $M \subset \mathbb{R}^5$ takovou, že pro každé zobrazení f splňující dané podmínky a pro každý prvek $\mathbf{x} \in M$ platí $f(\mathbf{x}) = \mathbf{o}$.

Úloha 2 (2b). Necht' $B \in \mathbb{R}^{7 \times 7}$ je regulární matice a matice $A \in \mathbb{R}^{7 \times 7}$ splňuje vztah $A^3 B^T = B^8$. Dokažte, že A je také regulární. Formulujte všechna tvrzení, která při důkazu používáte.

Úloha 3 (2b). Formulujte a dokažte tvrzení označované jako Cramerovo pravidlo.

Úloha 4 (4b). Formulujte a dokažte Steinitzovo lemma o výměně.