Úloha 1 (2b). Uvažujme lineární zobrazení $f : V \to W$, které je bijektivní. Dokažte, že zobrazení inverzní k f je lineární. Je-li f reprezentováno maticí $[f]^C_B$ vzhledem k nějakým dvěma bázím, odvoďte vztah pro matici reprezentující inverzní zobrazení.

Úloha 2 (2b). Pro $n \in \mathbb{N}$ uvažujme čtvercovou $2n \times 2n$ matici

$$\begin{pmatrix}
3 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 2 \\
0 & 3 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 2 & 0 \\
\vdots & & \ddots & & \vdots & \vdots & & & & \vdots \\
0 & \dots & 0 & 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & \dots & 0 \\
0 & \dots & 0 & 0 & 3 & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & \dots & 0 & 0 & 2 & 3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & \dots & 0 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 & \dots & 0 \\
\vdots & & & & \vdots & \vdots & & \ddots & & \vdots \\
0 & 2 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 3 & 0 \\
2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 3
\end{pmatrix}$$

Určete její determinant a matici k ní inverzní.

Úloha 3 (2b). Formulujte definici lineární nezávislosti a ukažte, že podmnožina vektorového prostoru, která má alespoň dva prvky, je lineárně nezávislá, právě když nelze žádný její prvek vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních.

Úloha 4 (4b). Formulujte definici direktního součtu tří podprostorů a větu o dimenzi tohoto direktního součtu. Větu dokažte.