RNDr. Jan Prokleška Ph.D.
prokles@mag.mff.cuni.cz
(95155) 2772
kfes.troja.mff.cuni.cz/fyzikaIV

cvičení FIV 28.4.2022

11.1 *Podle kvantové mechaniky lze popsat vlnovou funkci elektronu ve vodíku-podobnému atomu následujícím tvarem*

$$\Psi(r,\theta,\phi) = A\mathrm{e}^{\frac{-r}{a_0}} \ .$$

Určete podmínku na A aby tato vlnová funkce korektně popisovala elektronový stav 1s ve vodíku.

Hledáme takovou konstantu A, která vyhovuje normovací podmínce (jeden elektron)

$$\begin{aligned} 1 &= \int \|\Psi(r,\theta,\phi)\|^2 \mathrm{d}V = \int A^2 \mathrm{e}^{-\frac{2r}{a_0}} \mathrm{d}V = \int_0^\infty 4\pi A^2 r^2 \mathrm{e}^{-\frac{2r}{a_0}} \mathrm{d}r = \\ &= \pi A^2 a_0^3 \\ &\Downarrow \\ A &= \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} \ . \end{aligned}$$

11.2 *Určete nejmenší a největší možné pozorovatelné vlnové délky v Lymanově a Paschenově sérii.*

Obě série přechodů jsou speciálními případy Rydbergova vztahu ($R = 1,1\ 10^7 \mathrm{m}^{-1}$ Rydbergova konstanta)

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n > m$$

pro $m = 1$ (Lyman) a $m = 3$ (Paschen). Přímočarým dosazením $n = m + 1$ dostáváme maximální vlnovou délku 121 nm (L), resp 1870 nm (P), spočtením limity $n \to \infty$ získáme minimální možné vlnové délky 91 nm (L), resp. 820 nm (P).

11.3 *Porovnejte velikosti přitažlivé gravitační a coulombovské síly mezi protonem a elektronem v základním stavu vodíkového atomu. Poloměr první kvantové dráhy je* $0.53\mathring{A}$.

$$\frac{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2}}{\kappa\frac{m_\mathrm{e} m_\mathrm{p}}{r^2}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \kappa m_\mathrm{e} m_\mathrm{p}} \sim 10^{39}$$

11.4 *Určete ionizační energii elektronu v základním stravu vodíkového atomu. Vyjádřete tuto energii v eV.*

Ionizační energie je energie potřebná na přechod z (v našem případě) základního stavu do stavu s nulovou energií. Pokud položíme potenciální energii rovnou nule v nekonečnu pak ionizační energie je dána následujícím součtem:

$$\begin{aligned}
E &= E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} \\
E_{\text{pot}} &= \int_{r_0}^{\infty} F_{\text{C}} \mathrm{d}r = \int_{r_0}^{\infty} -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2}\mathrm{d}r = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r} \\
E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r} \\
E &= -\frac{1}{8\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r} \ .
\end{aligned}$$

Rychlost jsme určili z rovnosti dostředivé (F_{C}) a odstředivé síly, po dosazení poloměru dráhy v předchozím příkladě máme ionizační energii 13.6 eV.

11.5 *Pomocí Hundových pravidel určete termy následujících atomu: C ([He]2s^2 2p^2), O ([He]2s^2 2p^4), Ca ([Ar]4s^2), Co ([Ar]3d^7 4s^2), Er ([Xe]4f^{12} 6s^2).*

Přímočarou aplikací získáme následující: C ($^3\mathrm{P}_0$), O ($^3\mathrm{P}_2$), Ca ($^1\mathrm{S}_0$), Co ($^4\mathrm{F}_{\frac{9}{2}}$), Er ($^3\mathrm{H}_6$); notace $^{2S+1}L_J$.