

6.1 Na jakých difrakčních úhlech by byla pozorována maxima od atomových rovin s mezivrstevnou vzdáleností $d = 0,95 \text{ \AA}$ pro rtg. záření s vlnovou délkou $\lambda = 1,5406 \text{ \AA}$ a neutrony s energií 100 meV ?

Pro rtg záření můžeme vyjít přímo z Braggova zákona $2d_{hkl} \sin \theta = \lambda$, výsledek je $\theta \sim 54^\circ$.

V případě neutronů také použijeme Braggův zákon, nejprve ale zjistíme odpovídající vlnovou délku pomocí de Broglieho vztahu $\lambda p = h$ a vztahu mezi energií a hybností $2mE = p^2$, dostaneme

$$\sin \theta = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \frac{1}{2d_{hkl}} \sim 28^\circ,$$

kde $m = 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ je hmotnost neutronu.

6.2 Jaká je vlnová délka protonu urychleného napětím 100 kV ?

Využijeme vztahy uvedené v 6.1 a dostaneme

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = 0,9 \cdot 10^{-13} \text{ m}.$$

6.3 Jakou energii má elektron s vlnovou délkou $\lambda = 0,15 \text{ \AA}$? Jakou energii by měl foton se stejnou vlnovou délkou?

Opětovným použitím vzorečku pro energii dostaneme

$$E = \frac{h^2}{2m\lambda^2} \sim 1,0 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

tj. srovnatelnou s klidovou energií elektronu.

6.4 Jakou rychlostí se pohybuje proton urychlen na energii $0,45 \text{ TeV}$?

V tomto případě je již energie protonu výrazně nad jeho klidovou energií (1 GeV), je tedy problém třeba řešit relativisticky. Vyjdeme tedy ze vztahu pro celkovou energii částice a relativistického vyjádření hybnosti

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

po úpravách získáme

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{E^2 - m_0^2 c^4}{E^2}}$$

tj. $v = 0,9999975 c$.

6.5 Určete rozptylový faktor molekuly CF_4 (délka vazby C–F je 1.38 \AA). Diskutujte průběh rozptylového faktoru na rozptylovém vektoru, porovnejte a atomovým rozptylovým faktorem M_o .

Vyjdeme opět ze stejného vztahu jako v 7.2 a 5.2 s tím, že tentokrát máme dva různé typy atomů. Zvolme si takovou geometrii, že rozptylový vektor je směrem F–C, počátek souřadnicového systému necht' je v atomu uhlíku. Protože ve vztahu pro rozptylový faktor vystupuje skalární součin \vec{Q} a \vec{R}_j , tak nám stačí určit průměty polohových vektorů zbylých atomů F do směru dopadajícího záření. Tyto průměty nejsnáze zjistíme pomocí kosinovy a Pythagorovy věty a máme tedy velikosti průmětů (skalárních součinů) $-a$ (pro F ležící na naší zvolené ose), 0 (pro uhlík) a $\frac{a}{3}$ pro zbylé tři F. Rozptylový faktor molekuly CF_4 je pak dán součtem příspěvků

$$F_{CF_4} = f_C + f_{Fe^{-iQr}} + 3f_{Fe^{-i\frac{Qr}{3}}} .$$

Díky vnitřní struktuře molekuly má pak průběh velikosti strukturního faktoru komplikovanější tvar než pro molybden přesto, že počet elektronů ("rozptylová mohutnost") je stejný.