JAKÉ TABULKY CITUJEME? Z MATHPHYSU
DTTO?; << 1 a < 1 jest rozdíl

Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum I (NOFY066)

Úloha č. XIX

Název úlohy: Volný pád koule ve viskosní kapalině

Jméno: **Josef Kučera** Obor: **FOF**

Datum měření: 9.4.2019 Datum odevzdání: 16.4.2019

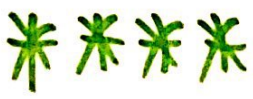
Připomínky opravujícího:

POZNÁMKY – VIZ TEXT

CELÁ CIFRA + CELÁ CHYBA, ZAOKROUHLOVAT!

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 3	3
Teoretická část	0 - 2	2
Výsledky a zpracování měření	0 - 9	7
Diskuse výsledků	0 - 4	3
Závěr	0 - 1	1
Seznam použité literatury	0 - 1	1
Celkem	max. 20	17

Posuzoval: J. Prokeš dne: 24/4/2019



**** DOCELA ZÁBAVA, MŮŽEŠ SI VYBRAT VLASTNÍ KULIČKY

Scanned with CamScanner

Pracovní úkol

1. Ověřte, zda jsou pro dané experimentální uspořádání splněny podmínky platnosti Stokesova vzorce pro odpor prostředí při pohybu koule, určete Reynoldsovo číslo.
2. Změřte dynamickou viskozitu olivového a ricinového oleje Stokesovou metodou.
3. Pro jednu kapalinu proveďte měření s více typy kuliček. Výsledky porovnejte.
4. Hustotu skleněných kuliček určete pyknometrickou metodou.

Theorie

Stokesova metoda měření viskozity

Na tuhou kuličku padající ve viskózní kapalině působí tři síly. Je to tíha tělesa G, vztlaková síla F_{vz} a odporová hydrodynamická síla F_x. Pro malé rychlosti v lze odporovou hydrodynamickou sílu vyjádřit Stokesovým vzorcem:

$$F_x = 6\pi\eta r v \tag{1}$$

kde η je dynamická viskozita kapaliny, ve které se kulička pohybuje, a r je poloměr kuličky.

Vztah (1) však platí pouze pro laminární proudění okolní kapaliny. Tedy Reynoldsovo číslo Re << 1. Pro výpočet Reynoldsova čísla platí [1]: → TAKTO NAPSANÁ CITACE SE VZTAHUJE KE VZORCI (2), NENÍ JASNÉ, KDE JSTE VZAL VZTAH (1)

$$Re = \frac{2r\rho v}{\eta} \tag{2}$$

Kde ρ jest hustota prostředí.

Výraz pro měření viskozity Stokesovou metodou je odvozen v [1].

$$\eta = \frac{2r^2(\rho_r - \rho)g}{9v} \tag{3}$$

kde, ρ_r je hustota kuliček a g je místní tíhové zrychlení.

Uvážení korekce na konečné rozměry nádoby, ve které se sleduje pád kuličky, vede pak k výrazu [2]:

$$\eta = \frac{2r^2(\rho_r - \rho)g}{9v\left(1 - \frac{2{,}4r}{R}\right)} \tag{4}$$

A konečně, pro výpočet hustoty platí:

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{5}$$

Scanned with CamScanner

Výsledky měření

Pro naše měření jsme použili tabulkové hodnoty hustoty ricinového oleje ρ_r:

$$\rho_r = (963 \pm 2)\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$$

JAKÉ TABULKY CITUJETE?

a tabulkové hodnoty hustoty olivového oleje ρ_o:

$$\rho_o = (912 \pm 2)\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$$

Odměrné válce, ve kterých kuličky padaly, měly průměry D:

$$D = (64 \pm 1)\ \mathrm{mm}$$

Všechny kuličky jsme pak nechali padat po dráze s:

$$s = (140 \pm 1)\ \mathrm{mm}$$

TA CHYBA MI PŘIJDE MALÁ, PRŮMĚR MĚŘÍTE (PATRNĚ) V HOŘENÍ ČÁSTI VÁLCE, KDE SE ROZŠIŘUJE, ALE ZAJÍMÁ VÁS MEZI GUMIČKAMI, KDE HO TĚŽKO ZMĚŘIT

GUMIČKY NEBÝVAJÍ S TOUTO PŘESNOSTÍ PLANPARALELNĚ VZDÁLENY

Reynoldsova čísla

Pro výpočet Reynoldsových čísel jsme využili tabulkových hodnot dynamické viskosity ricinového oleje η_r:

$$\eta_r = 84 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}}$$

a tabulkových hodnot dynamické viskosity olivového oleje η_o:

$$\eta_o = 986 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}}$$

dtto -> CITACE?

NEDOŠLO K PROMOZENÍ OLEJŮ? JSEM PŘESVĚDČEN, ŽE ANO

Změřili jsme tři typy kuliček $k_ž, k_m, k_p$ o různém průměru d, změřili jsme jejich čas pádu pro stejné délky dráhy s, z čehož jsme již vypočítali rychlost v a za použití známých hodnot ρ_o, η_o jsme dokázali dle vzorce (2) vypočítat velikost Reynoldsových čísel Re pro každou kuličku zvlášť pro případ pádu v olivovém oleji. Výsledky těchto měření a výpočtů jsou shrnuty v tabulce 1.

Tabulka 1: Pád kuliček v olivovém oleji

	d [mm]	t [s]	v [m·s^{-1}]	Re
$k_ž$	2,84	2,16	0,065	2,00
k_m	2,09	2,82	0,050	1,13
k_p	1,60	4,75	0,029	0,51

Z tabulky 1 vidíme, že podmínku, aby $Re < 1$ splňuje pro olivový olej pouze průhledná kulička k_p.

↳ PODMÍNKA ZNÍ $Re \ll 1$ (VIZ VAŠE TEORIE)

Scanned with CamScanner

Ta samá měření jsme provedli i pro případ pádu v ricinovém oleji.

Tabulka 2: Pád kuliček v ricinovém oleji

	d [mm]	t [s]	v [m·s^{-1}]	Re
$k_ž$	2,95	16,59	0,0084	0,024
k_m	2,13	28,78	0,0049	0,010
k_p	1,62	53,47	0,0026	0,004

Z tabulky 2 vidíme, že podmínku, aby $Re < 1$ splňují nyní všechny tři kuličky.

↳ VIZ VÝŠE, ALE ZDE $Re \ll 1$ LZE POVAŽOVAT ZA SPLNĚNÉ

Stokesova methoda měření viskosity

Pro měření dynamické viskosity jsme pro případ pádu kuličky v olivovém oleji vybrali průhledné kuličky k_p a pro případ pádu kuličky v ricinovém oleji pak kuličky žluté $k_ž$ a modré k_m.

Tabulka 3: Pád průhledné kuličky k_p v olivovém oleji

	r [mm]	t [s]	v [m·s^{-1}]
1	1,14	4,78	0,029
2	0,79	4,72	0,030
3	0,83	4,56	0,031
4	0,80	4,87	0,029
5	0,82	4,44	0,032
6	0,79	4,75	0,029
7	0,82	4,66	0,030
8	0,80	4,85	0,029
9	0,78	4,72	0,030
10	0,79	4,75	0,029
$\bar{m}$	**0,83**	**4,71**	**0,030**

Pro tento typ kuliček jsme určili pyknometrem jejich hustotu. Nejprve jsme určili hmotnost pyknometru m_p, dále hmotnost pyknometru a kuliček m_k dále hmotnost pyknometru, kuliček a vody m_v. Z Těchto dat jsme za znalosti objemu pyknometru - 10 ml, vypočítali objem kuliček v_{k0} a rozdílem hodnot m_k a m_p pak jejich hmotnost, z čehož jsme vypočítali hustotu ρ:

Tabulka 4: Pyknometrické měření hustoty kuliček k_p

m_p [g]	m_k [g]	m_v [g]	m_{H_2O} [g]	v_{k0} [cm^3]	m_{k0} [g]	ρ [g·cm^{-3}]	ρ [kg·m^{-3}]
9,23	14,77	22,76	7,98	2,02	5,54	2,75	2750,93

Hustota materiálu průhledné kuličky tak činí 2750,93 kg·m^{-3}.

↳ SKUTEČNĚ STANOVÍTE HUSTOTU S TAKOVOU PŘESNOSTÍ? VLIV BUBLINEK VZDUCHU, KTERÝCH SE ÚPLNĚ ZBAVIT NELZE, JE VELKÝ, LZE SE OTOM PŘESVĚDČIT ZMĚŘENÍM STEJNÝCH KULIČEK 2X PO SOBĚ

Scanned with CamScanner

Nakonec jsme využili vzorce (3) abychom Stokesovou metodou vypočítali při použití průměrných hodnot $\bar{m}$ pro t a v dynamickou viskositu olivového oleje

$$\eta = 93{,}41 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}}$$

Ta samá měření, jako pro průhledné kuličky v olivovém oleji jsme provedli i pro ricinový olej.

V tabulce 5 jsou shrnuta měření pro žluté kuličky:

Tabulka 5: Pád žluté kuličky $k_ž$ v ricinovém oleji

	r [mm]	t [s]	v [m·s^{-1}]
1	1,46	15,66	0,009
2	1,51	15,16	0,009
3	1,56	15,72	0,009
4	1,43	15,28	0,009
5	1,44	14,53	0,010
$\bar{m}$	**1,48**	**15,27**	**0,01**

Jejich hustota pak následně byla určena pyknometrem o objemu 10 ml:

Tabulka 6: Pyknometrické měření hustoty kuliček $k_ž$

m_p [g]	m_k [g]	m_v [g]	m_{H_2O} [g]	v_{k0} [cm^3]	m_{k0} [g]	ρ [g·cm^{-3}]	ρ [kg·m^{-3}]
9,36	14,27	22,40	8,13	1,87	4,91	2,63	2625,30

Hustota materiálu žluté kuličky činí 2625,30 kg·m^{-3}.

Opět jsme využili přesnějšího vzorce (4) při výpočtu dynamické viskosity ricinového oleje:

$$\eta = 971{,}69 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}}$$

V pracovním úkolu však bylo uvedeno změřit viskositu pomocí dvou typů kuliček.

Proto jsme změřili pro ricinový olej Stokesovou metodou dynamickou viskositu i pomocí modrých kuliček.

Tabulka 7: Pád modré kuličky k_m v ricinovém oleji

	r [mm]	t [s]	v [m·s^{-1}]
1	1,08	26,18	0,005
2	1,08	26,00	0,005
3	1,07	26,37	0,005
4	1,10	26,09	0,005
5	1,04	26,72	0,005
$\bar{m}$	**1,07**	**26,27**	**0,005**

Scanned with CamScanner

I pro modré kuličky jsme pyknometricky změřili jejich hustotu v pyknometru o objemu 25 ml.

Tabulka 8: Pyknometrické měření hustoty kuliček k_m

m_p [g]	m_k [g]	m_v [g]	m_{H_2O} [g]	v_{k0} [cm^3]	m_{k0} [g]	ρ [g·cm^{-3}]	ρ [kg·m^{-3}]
21,52	28,36	50,73	22,37	2,63	6,84	2,60	2599,24

Hustota materiálu modré kuličky činí 2599,24 kg·m^{-3}.

Pro modré kuličky nám dynamická viskosita dle přesnějšího vzorce (4) vyšla:

$$\eta = 834{,}78 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

Všechna naše měření byla provedena v kapalinách teploty T = 27,5 °C.

Diskuse

Pro naše naměřené hodnoty t a d jsme vypočítali celkovou chybu $u_{\bar{m}}$ dle vzorce pro výpočet nepřímého měření [1]:

$$u_{\bar{m}} = \sqrt{(k_{1\sigma} \cdot S_{\bar{m}})^2 + (\Delta m)^2} \qquad (6)$$

kde $k_{1\sigma}$ jest studentův koeficient pro interval jistoty 1σ, $S_{\bar{m}}$ jest směrodatná odchylka aritmetického průměru a Δm jest mezní chyba použité měřicí aparatury

Naše Δm při měření průměru kuličky d byla rovna velikosti nejmenšího dílku dílenského mikroskopu, tj. 0,010 mm.

Pro průměrnou délku průměru d kuličky k_p byla dle vzorce (6) vypočítána celková chyba.

$$d = (1{,}67 \pm 0{,}073)\ \text{mm}$$

Pro průměrnou délku průměru d kuličky $k_{\check{z}}$ byla dle vzorce (6) vypočítána celková chyba.

$$d = (2{,}96 \pm 0{,}057)\ \text{mm}$$

Pro průměrnou délku průměru d kuličky k_m byla dle vzorce (6) vypočítána celková chyba.

$$d = (2{,}14 \pm 0{,}023)\ \text{mm}$$

Kde největší chybu dává statistická chyba.

Scanned with CamScanner

Pro čas t byla hodnota Δm stanovena odhadem na 0,20 s vzhledem k reakčnímu času člověka při měření stopkami. → A NENÍ TOTAK, ŽE SE CHYBA EXPERIMENTÁTORA PŘÍSPĚVEM PRŮCHODU ALESPOŇ ČÁSTEČNĚ ELIMINUJE?

Pro průměrný čas pádu t kuličky k_p byla dle vzorce (6) vypočítána celková chyba.

$$t = (4{,}71 \pm 0{,}205)\ \text{s}$$

→ CHYBU UDÁVÁME MAX. NA 2 CIFRY

Pro průměrný čas pádu t kuličky $k_ž$ byla dle vzorce (6) vypočítána celková chyba.

$$t = (15{,}27 \pm 0{,}315)\ \text{s}$$

Pro průměrný čas pádu t kuličky k_m byla dle vzorce (6) vypočítána celková chyba.

$$t = (26{,}27 \pm 0{,}247)\ \text{s}$$

Kde největší chybu činí lidský faktor Δm.

→ VIZ VÝŠE

Nyní, když známe celkové chyby měření pro t a d můžeme vypočítat celkovou kombinovanou chybu měření rychlosti u_v dle vzorečku (7), který jest odvozen z [1]:

$$u_v^2 = \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 (\Delta t)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)^2 (\Delta s)^2 \qquad (7)$$

Kombinovanou chybu rychlosti u_v můžeme použít k výpočtu kombinované chyby dynamické viskosity $u_\eta$dle vzorce (8):

$$u_\eta^2 = \left(\frac{\partial \eta}{\partial r}\right)^2 (\Delta r)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \rho}\right)^2 (\Delta \rho)^2 + u_v^2 \qquad (8)$$

Pro kuličku k_p při pádu v olivovém oleji dynamická viskosita s intervalem chyby vychází:

$$\eta = (93{,}41 \pm 8{,}79)\cdot 10^{-3}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$$ → (93,4 ± 8,8)...

Pro kuličku $k_ž$ při pádu v ricinovém oleji dynamická viskosita s intervalem chyby vychází:

$$\eta = (971{,}69 \pm 37{,}62)\cdot 10^{-3}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$$ (972 ± 38)...

Pro kuličku k_m při pádu v ricinovém oleji dynamická viskosita s intervalem chyby vychází:

$$\eta = (889{,}77 \pm 18{,}75)\cdot 10^{-3}\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$$ (890 ± 19)...

→ VIZ POZNÁMKA U HODNOT η DLE TABULEK

Výsledky pro kuličky k_p a $k_ž$ vycházejí s intervalem chyby stejně jako tabulkové hodnoty. → JAKÉ TABULKY?

Výsledky pro kuličky k_m nám ale nevycházejí. Patrně v důsledku hrubé chyby při pyknometrickém měření hustoty, neboť tyto kuličky jsme měřili pyknometrem o objemu 25 ml.

Scanned with CamScanner

Závěr

Podařilo se nám naměřit hodnotu Reynoldsových čísel pro tři různé kuličky o různých hustotách, které jsme změřili pyknometricky.

Pro žlutou kuličku o hustotě 2625,30 $kg \cdot m^{-3}$ nám vyšla Reynoldsova čísla 2,00 a 0,024 pro olivový resp. ricinový olej.

Pro modrou kuličku o hustotě 2599,24 $kg \cdot m^{-3}$ nám vyšla Reynoldsova čísla 1,15 a 0,01 pro olivový resp. ricinový olej.

Pro průhlednou kuličku o hustotě 2750,93 $kg \cdot m^{-3}$ nám vyšla Reynoldsova čísla 0,51 a 0,0041 pro olivový resp. ricinový olej. viz dříve

Stanovili jsme pomocí pádu průhledné skleněné kuličky dynamickou viskositu olivového oleje $\eta = (93{,}41 \pm 8{,}79) \cdot 10^{-3}\ kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$.

Stanovili jsme pomocí pádu žluté skleněné kuličky dynamickou viskositu ricinového oleje $\eta = (971{,}69 \pm 37{,}62) \cdot 10^{-3}\ kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$.

Stanovili jsme pomocí pádu žluté skleněné kuličky dynamickou viskositu ricinového oleje $\eta = (834{,}78 \pm 17{,}59) \cdot 10^{-3}\ kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$. viz dříve

Literatura

[1] J. Brož a kol.: Základy fyzikálních měření I. SPN, Praha 1983, čl. 2.4.3.2

[2] J. Kvasnica a kol.: Mechanika, Academia, Praha 1988, kap. 10.4

Scanned with CamScanner

iskozita (dynamická) η (20°C) Josef Kučera

OLEJ OLIVOVÝ : $84 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

OLEJ RICINOVÝ : $986 \cdot 10^{-3}\ kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

ŽLUTÁ K. d [mm]

POLOHA			
	10,92	13,76	2,84
	12,735	9,785	2,95

MODRÁ d [mm]

10,275	12,41	2,135
10,29	12,38	2,09

PRŮHLEDNÁ K. d [mm]

9,86	11,46	1,60
10,55	12,17	1,62

$s = 14\ cm$

	Ž	M	P	
OLIV	2,16 [1]	2,82 [4]	4,75 [5]	[s]
RICIN	16,59 [2]	28,78 [3]	53,47 [6]	[s]

v [cm/s] Ž

	M	P	
6,48	4,96	2,95	5g
0,84	0,49	0,26	10g

$F_4 = 6\pi\eta r v$ $m \cdot s \cdot s$

3h.

Matematicko-fyzikální fakulta
Fyzikální praktikum I
09-04-2019

Scanned with CamScanner

OLIVOVÝ OLEJ $\eta = 84 \frac{kg}{m \cdot s}$

Ž: $d = 2{,}84 \rightarrow r = 1{,}42\ mm$	M: $d = 2{,}09 \rightarrow r = 1{,}45\ mm$
$v = 6{,}48 \frac{cm}{s}$	
$(F_{\alpha} \doteq 0{,}1457\ N)$	

$0{,}5125$

$\Uparrow$

$5{,}125 \cdot 10^{-3}$

2 $\Uparrow$ $2 \cdot 10^{-3}$

$1{,}15$ $\Uparrow$ $1{,}15 \cdot 10^{-3}$

REYNOLDSOVO ČÍSLO

OLIVOVÝ OLEJ	$2 \cdot (1{,}42 : 1000) \cdot 912 \cdot (6{,}48 : 100) / 84$	$2 \cdot (2{,}135 : 2000) \cdot 912 \cdot (4{,}96 : 100) / 84$	$2 \cdot (1{,}60 : 2000) \cdot 912 \cdot (2{,}95 : 100) / 84$
RICINOVÝ OLEJ	$2 \cdot (2{,}95 : 2000) \cdot 963 \cdot (0{,}84 : 100) / 986$	$2 \cdot (2{,}09 : 2000) \cdot 963 \cdot (0{,}49 : 100) / 986$	$2 \cdot (1{,}62 : 2000) \cdot 963 \cdot (0{,}26 : 100) / 986$
	$2{,}42 \cdot 10^{-5}$	$1{,}0002 \cdot 10^{-5}$	$4{,}11 \cdot 10^{-6}$
	$\Downarrow$ $2{,}42 \cdot 10^{-2}$	$\Downarrow$ $1 \cdot 10^{-2}$	$\Downarrow$ $4{,}11 \cdot 10^{-4}$

$\rho_{RICIN} = (963 \pm 2)\ kg/m^3$

$\rho_{OLIV} = (912 \pm 2)\ kg/m^3$

Scanned with CamScanner

...NOVÝ OLEJ:

$s = 14\,cm$

PRŮHLEDNÁ KULIČKA

			Δ [s]
1.	10,48	12,75	4,78
2.	11,69	13,27	4,72
3.	11,20	12,85	4,56
4.	11,08	12,67	4,87
5.	11,20	12,83	4,44
6.	10,75	12,31	4,75
7.	10,53	12,16	4,66
8.	10,32	11,92	4,85
9.	11,49	13,05	4,72
10.	10,86	12,43	4,75

RICINOVÝ OLEJ

ŽLUTÁ KULIČKA

			Δ [s]
1.	11,04	13,96	15,66
2.	11,24	14,26	15,16
3.	10,27	13,39	15,72
4.	9,59	12,45	15,28
5.	11,34	14,21	14,53

MODRÁ KULIČKA

1.	12,31	14,46	26,18
2.	10,65	12,80	26,00
3.	11,42	13,56	26,37
4.	13,75	15,94	26,09
5.	13,50	15,58	26,72

ρ - pyknometr - 10 ml

$m_{O1} = 9,3567\,g$ (10 ml) $m_{\bullet} = 14,2668\,g$ $m_{O+H_2O} = 22,3965\,g$

$m_{O2} = 21,5192\,g$ (25 ml) $m_{\bullet} = 28,3630\,g$ $m_{\bullet+H_2O} = 50,7300\,g$

$m_{H_2O} = 9,2302\,g$ (10 ml) $m_{O} = 14,7736\,g$ $m_{O+H_2O} = 22,7585\,g$

$m_2 = 27,9212$ $m_{2+H_2O} = 50,366$

0,0 100 g H_2O

Matematicko-fyzikální fakulta
Fyzikální praktikum I

-04- 2019

Scanned with CamScanner

Josef Kucera

T = 27,5

RIC OL

d = 6,3 cm

l = 44,8 cm

OCIV

d = 6,4 cm

l = 43,5 cm

Scanned with CamScanner