OD MAXWELLOVA DÉMONA K BROWNOVÝM MOTORŮM

PETR CHVOSTA[*)], *MFF UK, katedra makromolekulární fyziky,*
V Holešovičkách 2,180 00 Praha 8

Ve svém příspěvku se nejprve věnuji myšlenkovému experimentu J. C. Maxwella, jisté myšlenkové konstrukci, která sehrála a sehrává významnou roli při vyjasnění mezí platnosti termodynamiky. Stručně popisuji historii zrodu a vymítání imaginárního Maxwellova démona, jehož činnost vede k rozporu s druhou hlavní větou termodynamiky. Výklad mi umožňuje komentovat některé charakteristické rysy fyzikálních procesů na mezoskopické úrovni. Na této úrovni operují také Brownovy motory, zařízení, která pracují na principu usměrnění termálních fluktuací. Princip jejich činnosti je podrobněji diskutován na dvou příkladech.

I. ZROZENÍ DÉMONA

V prosinci roku 1867 navrhl skotský fyzik James Clerk Maxwell (1831–1879) v dopise svému příteli Peterovi Guthrie Taitovi neobyčejně zajímavý myšlenkový experiment. Vystupuje v něm inteligentní bytost, která ovládá malá, nehmotná dvířka v jinak nepropustné přepážce mezi dvěma částmi nádoby naplněné plynem. Maxwell vybavuje svého hypotetického kontrolora podivuhodnými schopnostmi. Bytost přesně zaznamenává polohy a rychlosti molekul plynu v obou částech nádoby. Na základě získané informace potom selektivně, podle jistých pravidel, otvírá svými citlivými prstíky dvířka a umožňuje tím průnik jednotlivých vybraných molekul z jedné části nádoby do druhé [1].

Maxwell byl jedním z tvůrců kinetické teorie plynů. Zásadní, nová idea této teorie spočívá v tom, že rychlosti jednotlivých molekul v plynu nejsou stejné. Rychlosti se liší svým směrem, avšak zejména existuje jisté rozdělení jejich velikostí. Toto rozdělení se vždy, samo od sebe, ustanoví, jestliže je plyn při určité teplotě v rovnováze. Existuje jistá střední rychlost, řádově stovky metrů za sekundu, a tato střední rychlost určuje teplotu plynu. Vždy, při jakékoliv teplotě, jsou však přítomny i molekuly, které se pohybují s rychlostí větší nebo menší, než je střední rychlost odpovídající dané teplotě. Jsou zde dokonce molekuly, jejichž velikost rychlosti je libovolně velká nebo libovolně malá.

A právě toho využívá náš kontrolor. Pokud se ke dvířkům blíží rychlá molekula z jedné části nádoby (řekněme *pravé*), dvířka otevře a propustí ji do levé části. Pomalé molekuly v tomto směru nepropouští. Pokud se ke dvířkům blíží pomalá molekula z levé části, je jí umožněn průchod. Rychlé molekuly z levé časti, pokud by i mířily vhodným směrem, narazí na zavřená dvířka a jsou nuceny setrvat v levé části. Stručně řečeno, zprava doleva rychlé ano a pomalé ne. Přitom zde „rychlé“ znamená rychlejší, než je aktuální střední rychlost molekul v *levé* části, která současně určuje aktuální teplotu plynu v této levé části. A naopak. Zleva doprava pomalé ano a rychlé ne. Přitom „pomalé“ znamená pomalejší, než je aktuální střední rychlost v *pravé* části. Tato aktuální střední rychlost současně určuje aktuální teplotu plynu v pravé části.

1 Maxwellův démon při práci

V roce 1871 publikoval Maxwell své centrální dílo, knihu *Teorie tepla*. Zde opět popsal svůj myšlenkový experiment a využil jej k podpoře svého dalšího zásadního objevu. Zákon růstu entropie, jedno z kruciálních pravidel pro řád věcí, neplatí! Přesněji neplatí v tom absolutním smyslu, v jakém se dosud vždy chápala platnost fyzikálních zákonů. Jeho platnost je slabší, podmíněná, má statistický charakter. Platí s jistou pravděpodobností a jeho použití je tedy nutno vždy doplnit o výpočet této pravděpodobnosti. Statistický charakter zákona růstu entropie je jeho principiální atribut a na tom nic nemění ani to, že za obvyklých podmínek je pravděpodobnost jeho narušení nepředstavitelně blízká k nule. Je však nenulová. Poprvé v historii fyziky jsme nuceni připsat jistému zákonu status „nejlepšího odhadu“. Není pravda, že entropie tepelně izolovaného systému nikdy neklesá. Může klesat, jakkoliv je její pokles extrémně nepravděpodobnou možností. Podobně, místo obvyklého „absolutního“ výroku, jsme nuceni například klasickou Kelvinovu formulaci druhé hlavní věty termodynamiky vyslovit takto: Nelze sestrojit periodicky pracující stroj, který by *s vysokou pravděpodobností* transformoval teplo z jedi-

[*)] E-mail: chvosta@kmf.mff.cuni.cz

verze 2007.09.06 A

ného rezervoáru na ekvivalentní množství práce.

V roce 1874 použil poprvé William Thomson (1824–1907), pozdější lord Kelvin, pro Maxwellova kontrolora označení démon. Démon je tedy s námi 133 let. Za tu dobu byl několikrát zdánlivě vyvrácen, popřen, zařknut. Vždy se však dokázal znovu vrátit a ve skutečnosti nerušeně pokračuje ve své nenápadné vedlejší aktivitě. Je totiž vynikajícím učitelem a hraje důležitou roli v naší snaze pochopit Přírodu. Zrodil se v oblasti statistické fyziky, pronikl do kvantové teorie, kosmologie a teorie počítačů. Zabydlel se ve filosofii a v historii vědy [2, 3]. Navíc, jak uvidíme dále, jej patrně čeká skvělá budoucnost.

II. DÉMON PORUŠUJE ZÁKON

Když uvažujeme nad démonem, musíme nejprve připustit, že jeho činnost není spojena s konáním práce. Dvířka jsou nehmotná a pohybují se bez tření. Jak známo, jakákoliv práce konaná termodynamickým systémem, nebo práce konaná na systému, znamená koneckonců jistou změnu v té části vesmíru, která *netvoří* systém (často se v této souvislosti hovoří o zbytku vesmíru). Změna by byla nakonec převoditelná na změnu polohy jistých závaží v gravitačním poli. K tomu nedochází. Dále, démon zřejmě nenarušuje zákon zachování energie. Nemění kinetickou energii molekul. Jestliže propustí jistou molekulu například z pravé části nádoby do levé, přesune se spolu s ní zprava doleva také její kinetická energie. Celková energie se zachovává, mění se pouze její rozdělení mezi oběma částmi nádoby. První hlavní věta termodynamiky zůstává v platnosti.

Nechť je v obou částech nádoby z předešlého odstavce nejprve stejná teplota. Je tedy stejná i střední rychlost molekul. Jakmile se první rychlá molekula přesune zprava doleva, ponechá si velikost své rychlosti, začne však již vystupovat ve výpočtu střední rychlosti v levé části. Z hlediska molekul v levé části je tato nová molekula rychlejší, než byla původní střední rychlost. Je-li nyní nově příchozí molekula zahrnuta do výpočtu nové střední rychlosti, střední rychlost v levé části se zvýší. Zvýší se tedy i teplota plynu v levé části. Podobně v pravé části nyní chybí jedna rychlá molekula. Nová střední rychlost molekul v pravé části bude tedy nižší, než byla původně. Teplota plynu v pravé části se sníží. Nechť je takto již vytvořen jistý rozdíl mezi teplotami plynu v obou částech nádoby. Plyn vlevo je teplejší než plyn vpravo. Podle výše popsaných pravidel, kdykoliv se nyní v levé části objeví nová molekula, je to molekula s vyšší než průměrnou rychlostí a teplota vpravo se dále zvýší. Celkově vzato, postupně se teplotní rozdíl zvyšuje. Teplo, tj. kinetická energie pohybu molekul, se přesouvá od tělesa studenějšího k teplejšímu. To je ale velké překvapení, protože podobnou věc v Přírodě nikdo nikdy nepozoroval. Slavný Ludwig Boltzmann (1844–1906) tvrdí, že tento fakt není rozhodující. Doporučuje trpělivost.

A jak je to s entropií? Pojem entropie je bezesporu jedním z nejméně triviálních fyzikálních pojmů. Slovo samotné stvořil v roce 1865 Rudolf Clausius (1822–1888). Bylo to na vrcholu patnáctiletého domýšlení polozapomenutých úvah francouzského vojenského inženýra Sadi Carnota (1796–1832) o tepelných strojích. Clausius uvažoval takto: K přenosu tepla dochází při tepelném kontaktu. Dárce, systém, ze kterého teplo proudí, odevzdal jisté množství tepla. Stejné množství bylo přijato příjemcem. Společně s teplem odevzdal dárce zvláštní veličinu, entropii, definovanou jako podíl odevzdaného tepla a teploty dárce. Entropie dárce se tedy snížila, avšak vzrůst entropie příjemce obecně není roven poklesu entropie dárce. Přírůstek entropie u příjemce je totiž určen podílem přijatého tepla a teploty příjemce. A jestliže měl příjemce jinou teplotu než dárce, jsou uvedené dva podíly odlišné. Nyní přichází pointa celé úvahy. V přírodě je teplota dárce vždy vyšší než teplota příjemce. Znamená to tedy, že u příjemce se objevilo více entropie, než kolik bylo odevzdáno dárcem. Jinak řečeno, přenos tepla je vždy spojen se vzrůstem celkové entropie soustavy (dárce + příjemce).

Zobecněním těchto úvah odpozoroval Clausius zvláštní tajemství přírody. V průběhu jakéhokoliv přírodního procesu, který někdo někdy pozoroval, se entropie přesouvá z místa na místo, avšak tak, že přitom současně působí jakási zřídla této veličiny. Tato pomyslná zřídla se aktivizují, mimo jiné, kdykoliv dochází ke kontaktu těles o různé teplotě. Koncový stav systému má potom vždy vyšší entropii než stav výchozí. Avšak přírodní procesy probíhají v čase, tj. vždy je možno přiřadit jednotlivým stavům systému jisté časové pořadí. Resumé Clausiových úvah zní: pořadí stavů systému v čase je totožné s jejich pořadím, pokud jde o obsah entropie. Růst entropie určuje, co bylo *dříve* a co *později*. Růst entropie určuje šipku času.

Maxwellův skřet však tento řád porušuje. Skutečně, opakujme *mutatis mutandis* právě provedené úvahy. Z dárce, z pravé části nádoby odchází jisté teplo, totéž teplo je přijato levou částí. Nechť démon již vytvořil jistý rozdíl teplot. Potom dárce má nižší teplotu, než příjemce. Při další tepelné výměně je z pravé části odebráno více entropie, než kolik se jí objeví v části levé. Sumární entropie se *snížila*. Nevídané.

A co více, jakmile byl takto „z ničeho“ vytvořený rozdíl teplot, vznikla možnost pro konání práce. Skutečně, stačí chvíli třídit molekuly a pak spustit tepelný stroj, pro který budou naše dvě části nádoby zdrojem (levá, nyní teplejší část) a úložištěm (pravá, nyní studenější část) tepla. Poté, když je vykonána určitá práce a když se teploty opět vyrovnají, bude společná teplota nižší, než na počátku třídění. A protože byla tedy práce vykonána na úkor ochlazení *jediného* systému, nelze se vyhnout jasnému závěru. Činností démona byl uskutečněn věčný hybatel, *perpetuum mobile.*

III. TLAKOVÝ DÉMON: TEN, KDO VRACÍ DŽINA DO LÁHVE

Jak jsme již naznačili a jak ještě uvidíme, démon je výjimečně životaschopný. Od dob Jamese Clerka

Maxwella se především značně zobecnila jeho kvalifikace. Nemusí nutně obsluhovat dvířka. Nechť dělá cokoliv. Požadujeme pouze následující: **1.** Démon pracuje cyklicky. **2.** Po skončení periody je zbytek vesmíru ve stejném stavu jako v okamžiku zahájení cyklu. Působením démona je buď **3.a** generován teplotní rozdíl dvou systémů, jejichž teplota byla původně stejná, nebo **3.b** jisté množství tepla je transformováno na práci, nebo **3.c** je vytvořen tlakový rozdíl dvou systémů, jejichž tlak byl původně stejný. Jinými slovy, vždy vyžadujeme, aby šotek přelstil druhou hlavní větu termodynamiky.

Jednou z nejprostších modifikací původní Maxwellovy myšlenky je *tlakový démon*. Kulisy jeho působení jsou stejné jako výše. Nyní však démon propouští molekuly, ať už rychlé nebo pomalé, pouze v jednom směru (řekněme zprava doleva). Postupně se tedy počet molekul v levé části nádoby zvětšuje a počet molekul v pravé části se zmenšuje. Teplota zůstává stejná. Nakonec se pravá část úplně vyprázdní. Vzniklý tlakový rozdíl lze koneckonců využít k pohánění různých mechanismů, například pneumatických kladiv.

Na první pohled není zřejmé, proč by takový proces nemohl existovat. Stačí si představit miniaturní nehmotná dvířka otvíratelná jen v jednom směru, dovnitř *levé* části nádoby, a držená v zavřeném stavu nesmírně jemnou přítlačnou pružinkou. Jeden konec pružiny budiž znehybněn, druhý tlačí z levé strany na dvířka: dvířka jsou zavřená. Molekula z pravé části narazí na dvířka, svým nárazem je otevře a pronikne do části levé. Pružina se při nárazu molekuly nejprve stlačí, po průletu však poklop opět uzavře. Nakonec je pružina opět ve výchozím stavu. Molekuly z levé části dvířka otevřít nemohou, zabraňuje jim v tom asymetrický mechanismus dvířek. Jsou v levé části uvězněny.

Avšak tlakový skřítek je opět, mírně řečeno, krajně podezřelé individuum. Argumenty pro jeho popření poskytnu v dalším oddíle. Zatím konstatujme, že vznik tlakového rozdílu „z ničeho“, tj. beze změny stavu zbytku vesmíru, nikdo nikdy nepozoroval. Naopak, v přírodě vždy pozorujeme tendenci k vyrovnávání tlaků. Uvažme třeba klasický příklad nevratného procesu, expanzi plynu do volného prostoru. Nechť je jistá nádoba rozdělena pevnou, nepropustnou přepážkou na dvě části stejného objemu. V jedné části je plyn jisté teploty a tlaku, druhá část je prázdná. Jestliže v přepážce vytvoříme malý otvor, plyn vždy proudí z původně naplněné do původně prázdné části nádoby. Nikdy obráceně. Proces se zastaví až po vyrovnání tlaků v obou částech. Proč došlo k vyrovnání tlaků? Důvod, můžeme-li to tak říct, je spíše matematický než fyzikální. Počet molekul v obou částech nádoby se vyrovnává ne proto, že by snad mezi molekulami plynu působily nějaké odpudivé síly. Příčina je zvláště subtilním způsobem skryta v samotné existenci pohybu molekul. Mnohé se vyjasní, jestliže pozorujeme – včely.

Ano, na tomto místě se chci s laskavým čtenářem podělit o krásnou analogii, pocházející od samotného Maxwella. Když se rojí včely, někteří včelaři se již připravují na nepříjemnosti spojené s tím, že včely uletí. Chtějí si své včely označit a vrhnou na roj několik hrstí mouky. Nechť jsou takto nabíleny všechny včely ve spodní polovině roje. Za nějakou dobu se však již označené včely vyskytují i v horní polovině. Nakonec jsou stejnoměrně rozloženy v celém roji. Příčina „difúze“ označených včel zřejmě nespočívá ve skutečnosti, že byly označeny. Označením se jejich pohyb pouze zviditelnil. Příčinou je jejich bláznivý, neuspořádaný let.

Nyní již budeme snáze sledovat mikroskopickou interpretaci entropie, která zůstala Rudolfu Clausiovi zcela utajena. Objevil ji Ludwig Boltzmann po více než třicetiletém, neúnavném a osamělém zápasu. Uvažme opět nádobu s plynem, rozdělenou přepážkou na dvě části stejného objemu. V přepážce vytvoříme otvor a budeme monitorovat počet molekul v jednotlivých částech. Vlivem srážek molekul mezi sebou a vlivem jejich nárazů na stěny nádoby vzniká posloupnost jistých mikroskopických uspořádání, *mikrostavů*. Daný mikrostav je určen tím, že řekneme, ve které části nádoby se nachází *každá jednotlivá molekula plynu*. Pro N molekul máme 2^N různých mikrostavů. Vlivem pohybu a srážek se mikrostav soustavy velmi rychle mění. Můžeme však říci, že každý mikrostav trvá (je v platnosti) jistý velmi malý časový interval. Tento interval je stejný pro jakýkoliv mikrostav. Po uplynutí uvedeného intervalu soustava změní mikrostav. Z mikroskopického hlediska je tedy časový vývoj jistou posloupností mikrostavů. Na úrovni našeho makrosvěta tuto posloupnost však nemůžeme zaznamenat, zabraňuje tomu pomalost našich smyslů a přístrojů.

V protikladu k pojmu mikrostavu uvažme nyní pojem makrostavu. Daný makrostav je určen tím, že řekneme, *kolik molekul je v jednotlivých částech nádoby*. Pro N molekul máme $(N + 1)$ různých makrostavů. Zásadní je nyní tato úvaha. Zatímco daný mikrostav současně určuje makrostav, opačná implikace neplatí. Jeden a tentýž makrostav lze realizovat určitým (velkým) počtem mikrostavů. Někdy to vyjadřujeme jinak. Říkáme, že daný makrostav je kompatibilní s jistým počtem mikrostavů. Počet mikrostavů kompatibilních s daným makrostavem nazýváme *multiplicitou* uvažovaného makrostavu. Čím je makrostav symetričtější, čím je blíže k rovnováze, tím má větší multiplicitu. Protože je však každý mikrostav v platnosti stejnou dobu, znamená to také následující: Makrostav s větší multiplicitou pozorujeme delší dobu. Zbytek úvahy se opírá o velký počet zúčastněných částic. Poměr dob, během kterých pozorujeme dva různé makrostavy, řekněme nerovnovážný, méně symetrický makrostav **N**, a rovnovážný, symetrický makrostav **R,** je roven poměru počtu mikrostavů, jimiž jsou jednotlivé uvažované dva makrostavy realizovány (tj. poměru jejich multiplicit). A tento poměr je prakticky roven nule.

Boltzmann definoval entropii daného makrostavu jako logaritmus jeho multiplicity. Logaritmus je rostoucí funkce. Nyní tedy již začínáme vidět pod pokličku přírodních procesů. Jsou-li molekuly zpočátku vesměs v jedné části nádoby, pak uvolnění otvoru vlastně znamená prudké zvýšení počtu dostupných mikrostavů. Systém jimi začne postupně procházet. Začne se měnit také makrostav. Nakonec však pozorujeme jen jeden, rovnovážný makrostav. Důvodem je **a)** pohyb molekul (ten vytváří samu možnost změny mikrostavu), **b)** nesrovnatelně větší multiplicita rovnovážného makrostavu ve srovnání s jakýmkoliv jiným makrostavem.

Tím se současně odhaluje pravá příčina růstu entropie v průběhu přírodních procesů. Při přechodu k rovnováze systém vyšel z makrostavu s malou multiplicitou a dospěl k makrostavu s nesrovnatelně větší multiplicitou. Entropie (logaritmus multiplicity) systému se zvýšila. Opačný proces, přechod systému z více symetrického makrostavu k méně symetrickému, by byl spojen s poklesem multiplicity, a tedy i entropie. Tento proces je možný, je však mizivě pravděpodobný. Po příslušných výpočtech se ukáže, že střední doba čekání na takový proces je nesrovnatelně větší než stáří vesmíru. Chcete-li ještě jiný příměr, otevřením otvoru v přepážce jsme vypustili džina z láhve, umístěné v nesrovnatelně větší láhvi. Džin nyní bezcílně bloudí v nesrovnatelně větším prostoru, než byl objem původní láhve. Bylo by naivní očekávat, že jej opět nalezneme v menší láhvi. V této úvaze je ovšem „objemem láhve“ nikoliv fyzikální objem (množina v třídimenzionálním prostoru), ale množina dostupných mikrostavů.

Vraťme se k naší ústřední postavě, k tlakovému démonu. Z popisu jeho aktivity vyplývá, že tato bytost vytváří méně symetrický makrostav z více symetrického. Postupně snižuje počet mikrostavů, slučitelný s daným rozdělením. Snižuje tedy i logaritmus tohoto počtu, entropii. A protože se přitom zbytek vesmíru nemění, démon se opět kvalifikuje jako narušitel zákona růstu entropie.

IV. HISTORIE VYMÍTÁNÍ

Když Maxwell uvažoval o svém démonu, jasně uvedl, že věří v platnost druhé věty termodynamiky. Poznamenal, že lidé ji patrně nebudou moci nikdy porušit, protože nemohou dosáhnout schopností démona, pokud jde o možnost pozorovat a třídit jednotlivé molekuly. Jeho démon *nebyl* zrozen jako zlá bytost, kterou je třeba vyhnat za hranice fyziky a za každou cenu tak „zachránit“ zákon růstu entropie. Zůstává však skutečností, že následující badatelé se vesměs soustředili na popření démona. V historii vymítání (exorcismu) Maxwellova skřeta můžeme vydělit tři důležitá období.

První období, období let 1867–1929, můžeme nazvat obdobím *mechanistickým*. V tomto období byl démon obvykle ztotožněn s nějakým zařízením, přístrojem, jakýmsi ventilem, který automaticky třídí molekuly. Příkladem je již uvedený tlakový démon. Avšak stále dlužím laskavému čtenáři argumenty pro jeho popření. Zde jsou. Pružina, která měla zajistit zavření dvířek, bude nutně sama o sobě vystavena bombardování molekulami plynu. Začne se zahřívat. Její atomy získají stejnou střední energii, jakou mají molekuly plynu. Sama pružina se nevyhnutelně stává součástí hry. Má-li mít rozměr a energii typickou pro mikrosvět, nelze ji nadále chápat jako prvek makrosvěta [4]. Bude to muset být spíše například lineární makromolekula, stočená do spirály. Její energie fluktuuje. Vlivem určité, málo pravděpodobné, nicméně možné posloupnosti nárazů molekul může pružina „nasbírat“ dostatečnou energii k *samovolnému* stlačení. Pak se ovšem poklop otevře, aniž by do něj narazila molekula. Je-li přitom již dříve vytvořen určitý rozdíl tlaků, a jsou-li takto náhodně a nechtěně dvířka „sama od sebe“ otevřena, dojde k nechtěnému přesunu molekul z levé části nádoby zpět do pravé části. Tlaky se vyrovnávají. Úvaha je zcela seriózní a lze ji matematicky zpracovat. Vrátíme se k ní níže, v souvislosti s Feynmanovým modelem mechanického démona. Počítačové simulace mechanických démonů ukazují, že podobné vyvrácení lze najít pro sebedůmyslnější soustavu vrátek, poklopů, západek, pružinek a ozubených koleček (rohatek). Podobně lze odůvodnit, proč polovodičová dioda nemůže usměrňovat náhodné fluktuace proudu v obvodu bez zdroje a generovat tak „z ničeho“ makroskopický proud.

Druhé období, období let 1929–1961, lze nazvat obdobím informačním. V roce 1929 publikoval Leo Szilard vlivnou práci [5], která vnesla do diskuse nový prvek. Szilard se nesnažil představit si nějaký konkrétní mechanismus činnosti démona. Místo toho se soustředil na tu část původní Maxwellovy kvalifikace, ve které se hovoří o *inteligentní* bytosti. Sebedůmyslnější démon musí přece především o molekulách něco vědět. Musí například zaznamenat, kde se právě nacházejí a jakým směrem se pohybují. Musí tedy nejprve získat jistou *informaci*. Pojem informace opět není právě nejprostší. Jedno je však jisté. Informace je fyzikální povahy [5, 6]. Zisk informace je vždy spojen s určitou změnou ve fyzikálním stavu látky. Szilard tvrdí, že zisk informace není zadarmo, že vždy, principiálně, stojí jistou energii. Přitom neukazuje, jak se konkrétně realizuje tato souvislost informace a energie. Pozdější autoři například pracovali zcela seriózně s hypotézou, podle které musí démon na molekuly nejprve *posvítit*, aby o nich získal informaci. Jakkoliv vzato, pojem informace vstoupil do sféry fyzikálních zákonů. Pro celé druhé období je pak charakteristické hledání fundamentálních modelů zisku informace a jejich energetická, a tím i entropická analýza.

Třetí období, období od roku 1961 do současnosti, se odvíjí od série prací R. Landauera [7] a C. Bennetta [8]. Zde se překvapivě ukázalo, že zpracování informace *nemusí stát energii*. Výzkum byl původně motivován rozvojem počítačů. Nakonec vedl ke vzniku nového oboru, termodynamiky výpočtů [9]. Autoři dokazují, že ve skutečnosti je se vzrůstem entropie spojeno *vymazání* informace, ne její záznam. V ideálním počítači vznikají energetické ztráty (energie se mění na odpadní teplo, entropie počítače se zvyšuje) pouze při mazání paměťových médií. A Maxwellův démon je vlastně počítač, který zpracovává informace o polohách molekul a využívá je k dovedné manipulaci. Má-li se však nakonec vše vrátit do výchozího stavu, má-li být jeho činnost skutečně periodická, je nutno informace nejen shromažďovat, ale i mazat. S mazáním informace je ovšem spojen růst entropie. Postupně se učíme přemýšlet o informaci z nového hlediska. Informace je výhoda, ale i přítěž. Platíme za čerstvé noviny, ale také za to, že se zbavíme včerejších novin. Pro démona představují „včerejší noviny" značnou přítěž. Cena za vymazání nepotřebné informace neutralizuje výhodu, kterou uplatnil v okamžiku, kdy informace byla ještě aktuální.

Podrobným průvodcem literaturou o Maxwellově démonovi je práce [3]. Debata pokračuje dále, zkoumají se nové argumenty, snad každá část fyziky má „svého" démona. Některá pojednání jsou seriózní, jiná méně fundovaná. Avšak v každém případě lze zřetelně zaznamenat jisté zeslabení tradičního nepřátelského vztahu k samotné možnosti narušení zákona růstu entropie. Vědci se odpoutávají od striktně deduktivního charakteru tohoto zákona a akceptují jeho statistický, škálově závislý charakter. Pozornost se tak může zaměřit na reálné situace, ve kterých se statistický charakter zákona projevuje nejzřetelněji. Jsou to zřejmě situace, ve kterých není „ani málo, ani mnoho" zúčastněných částic. Jak uvidíme v dalším odstavci, tato část fyziky je charakteristická srovnatelností energie termálních fluktuací s jinými zúčastněnými druhy energie, zejména s energií chemickou.

V. BROWNŮV SVĚT A JEHO ZÁKONY

Zaměřme nyní pozornost na tu část fyzikální reality, ve které operuje Maxwellův démon. Panuje zde všudypřítomné, nepominutelné a neustávající bombardování. Pracovně budeme označovat tento fascinující kout Přírody jako Brownův svět. Je jistou ironií historického vývoje fyziky, jak nedostatečně je tento svět prozkoumán. Zápas o realitu atomů trval přes dva tisíce let, od doby řeckých atomistů Leukippa a Démokrita z Abdér, po průlomové práce prvních úspěšných průzkumníků Brownova světa, Einsteina, Langevina a Perrina. A přitom se *současně* s ústupem posledních odpůrců atomární teorie v prvním desetiletí dvacátého století přesouvá již pozornost předních badatelů mimo Brownův svět, k samotné vnitřní stavbě atomů. Vzniká kvantová teorie.

Brownův svět se rozkládá na pomezí makrosvěta a mikrosvěta. Sousedí tedy nejblíže se světem naší přímé smyslové zkušenosti. Obyvatelé Brownova světa jsou tisíckrát až desettisíckrát větší než molekuly. Jsou jimi vždy obklopeni, jsou vždy vystaveni jejich nárazům. Chceme-li použít obrázek z makrosvěta a ilustrovat prodírání obyvatel Brownova světa uragánem molekul, můžeme si představit bitevní křižník, plovoucí v moři pohybujících se hrášků. Nebo automobil v extrémně silném krupobití. Nebo medvěda obklopeného rojem včel. Avšak při podobných analogiích musíme vždy spolu s rozměry transformovat odpovídajícím způsobem také rychlosti, síly a energie.

První zákon Brownova světa zní [10]: inerciální efekty nehrají žádnou roli. Vazkost prostředí vždy dominuje nad setrvačností. Podíl setrvačných a viskózních sil je vyjadřován tzv. Reynoldsovým číslem. Brownův svět je tedy svět malých Reynoldsových čísel. Znamená to návrat k aristotelovskému pravidlu: není pohybu bez síly. V Brownově světě uděluje konstantní vnější síla tělesům *okamžitě* konstantní rychlost (říkáme jí driftová rychlost). Přestane-li síla působit, těleso se *okamžitě* zastaví. Tělesa nemají pohybovou paměť, jejich pohybový stav v daném okamžiku je určen výhradně silami, působícími v tomtéž okamžiku.

Reynoldsovo číslo je definováno jako součin rozměru a rychlosti pohybujícího se tělesa, vynásobený podílem hustoty a vazkosti prostředí, ve kterém se pohyb děje. Uvažme dvě škálově rozdílné situace, vykazující stejné Reynoldsovo číslo. Potom je kinematika a dynamika pohybu v obou situacích srovnatelná. Kdybychom takto chtěli transformovat poměry panující v Brownově světě do našeho, makroskopického světa, byl by vhodný následující příměr. Muž plave v bazénu, naplněném melasou. Je mu však povoleno pohybovat končetinami maximální rychlostí několika milimetrů za den. Za takových okolností je autonomní pohyb, pohyb založený koneckonců na setrvačných efektech, v podstatě vyloučen.

Kromě případné vnější síly existuje ovšem další, vždy přítomná příčina pohybu. Je jí bombardování okolními molekulami; vznikající pohyb nazýváme difúzí. Typický výkon (energie za jednotku času), který si vyměňuje obyvatel Brownova světa s bombardujícími molekulami, je o devět! řádů vyšší než výkon spojený s jeho pohybem v poli možných ne-termálních sil. *Druhý* zákon Brownova světa zní [10]: rychlost difuzního pohybu je vždy srovnatelná s jakoukoliv jinou rychlostí, kterou by snad mohly vyvolat netermální síly. Obyvatel Brownova světa se tedy vždy pohybuje v uragánu. Nezná pojem přímé chůze.

Avšak co to je difuzní rychlost? Představme si jistý počet brownovských částic, umístěných v počátečním čase do počátku souřadnicového systému. Každá z nich začne vykonávat Brownův pohyb. Po určité době se některé z nich nacházejí dále od počátku, jiné blíže k počátku. Albert Einstein si jako první v roce 1905 uvědomil, že jediná konzistentní otázka, kterou je možno položit, je tato: Podle jakého časového zákona se zvětšuje poloměr kulové plochy definované požadavkem, aby obklopovala právě polovinu všech částic? Einstein zjistil, že poloměr takto definované kulové plochy je přímo úměrný *druhé odmocnině* z času. Konstanta úměrnosti roste s teplotou. Poloměr kulové plochy v jednotkovém čase je měřítkem rychlosti, s jakou probíhá „rozpíjení kaňky částic". Velká difuzní rychlost znamená rychlé „rozpíjení".

Vnější síly tedy nikdy nemohou přinutit částici, aby předhonila difuzi. V hydrodynamice je podíl driftové rychlosti a rychlosti difuze vyjadřován tzv. Sherwoodovým číslem. V Brownově světě je toto číslo vždy menší než jedna. Chce-li typický obyvatel rychle prozkoumat své okolí, neměl by se snažit plavat. Nejlépe je nedělat nic: difuze je rychlejší. Má však jednu nevýhodu. Směr, ve kterém je částice hnána bombardováním, je náhodný. Částice nepřechází z výchozího budu do nějakého určitého cílového bodu. Pouze se od výchozího bodu vzdaluje, a to ještě ve středním smyslu popsaném v Einsteinově otázce. Difúzní pohyb má typickou rychlost, postrádá však *směřování*.

VI. TERMODYNAMIKA MALÝCH SYSTÉMŮ

Termodynamika je nauka o přeměnách energie, ke kterým dochází na úrovni našeho makroskopického světa. Její síla spočívá v obecnosti. A příčina této univerzality je dnes dobře pochopena a popsána: v důsledku obrovského počtu zúčastněných částic se vždy prosazují univerzální pravděpodobnostní zákony (zákon velkých čísel a limitní věty teorie pravděpodobnosti). Takto se v našem světě „vynořují“ poměrně jednoduché vztahy mezi malým počtem veličin, postačujících k popisu rovnovážného stavu makroskopického systému. Určité vlastnosti těchto takzvaných stavových rovnic jsou nezávislé na mikroskopické struktuře látky. Obecné rysy chování makroskopických systémů byly původně odpozorovány a formulovány jako Hlavní věty termodynamiky. Těm byla přisouzena role výchozích postulátů, axiomů. Klasická termodynamika je dokázat neumí, a ani se o to nesnaží. Místo toho se zaměřuje na propracování důsledků přijatých postulátů. A ty jsou právě překvapivě obecné a hluboké.

Cena za uvedenou strategii je určitý neodbytný pocit nejistoty. Co když některý z výchozích postulátů ve skutečnosti přece jen neplatí? Celá logická stavba by se pak zhroutila jako domeček z karet. A co lze při přijetí výchozích postulátů získat? Zde si dovoluji citovat z autobiografických poznámek Alberta Einsteina: *„Teorie je tím působivější, čím jednodušší jsou její předpoklady a čím rozlehlejší je oblast jejího použití. Z tohoto hlediska na mě klasická termodynamika učinila hluboký dojem. Je to jediná univerzální fyzikální teorie, o níž jsem přesvědčen, že v oblasti, ve které platí její základní pojmy, nebude nikdy překonána.“*

Povšimněme si nyní podrobněji jednoho ze zmíněných důsledků. Nechť má jistá pružina nezatíženou délku L_A. Jeden její konec je znehybněn, druhý je opatřen držadlem. Pružina je v kontaktu s tepelnou lázní. Uchopíme držadlo, pružinu stlačujeme a stlačování ukončíme při dosažení jisté délky $L_B < L_A$. Nechť stlačování probíhá s konstantní rychlostí V_S, trvá tedy dobu $(L_A - L_B)/V_S$. V průběhu stlačování monitorujeme sílu. Nakonec vypočteme práci, nutnou k popsanému zkrácení. Experiment opakujeme jednak pro tutéž rychlost stlačování, poté i pro různé rychlosti. Závěry jsou tyto: Při dané rychlosti stlačování zaznamenáme vždy stejnou práci. Zmenšíme-li rychlost stlačování, zmenší se i vynaložená práce. Chceme-li vynaloženou práci minimalizovat, zpomalujeme stlačování. Nakonec dosáhneme jisté limitní hodnoty, jisté minimální práce nutné k popsanému zkrácení. Tato dolní závora je nepřekročitelná. Kdyby se někomu přece jen podařilo uskutečnit popsané stlačení s vynaložením ještě menší práce, než je ona limitní hodnota, byla by tím porušena Druhá hlavní věta termodynamiky, termodynamika by se zhroutila, bylo by přece jen možné sestrojit *perpetuum mobile*. Zatím to však nikdo nedokázal.

Popsaný experiment byl ovšem proveden v našem, makroskopickém světě. Budiž nyní „pružinou“ krátký úsek makromolekuly. Moderní metody mikromanipulace, například použití tzv. optické pinzety, umožňují realizaci popsaného experimentu i ve světě Brownově. Nyní ovšem budou závěry zásadně odlišné [11]. Předně, při dané rychlosti stlačování a při opakování experimentu naměříme obecně vždy jinou práci! Skutečně, makromolekula je při stlačování opět vystavena bombardování molekulami prostředí. Tím se náhodným způsobem mění délka jednotlivých vazeb v makromolekule, a tedy i tuhost „pružiny“. Vynaložená práce fluktuuje. Při mnohačetném opakování experimentu tak můžeme sestavit histogram vynaložené práce, studovat šířku jejího rozptylu, vypočítat její střední hodnotu. Makroskopické závěry nyní již neplatí pro každé jednotlivé opakování experimentu, ale *jen* pro střední práci. Při dané rychlosti stlačování dokonce nutně existuje určitá část jednotlivých experimentů, při kterých bude vynaložená práce *menší* než práce při nekonečně pomalém stlačování. Jsou to ta jednotlivá opakování, v průběhu kterých údery molekul stimulovaly zkracování a „pomáhaly“ tak vnější síle. Nepřesně řečeno, tyto experimenty vyvrací Druhou hlavní větu termodynamiky. Tento závěr však není správný, neboť Druhá věta omezuje hodnotu *střední* práce, a nikoliv práce při *jednotlivém* opakování experimentu.

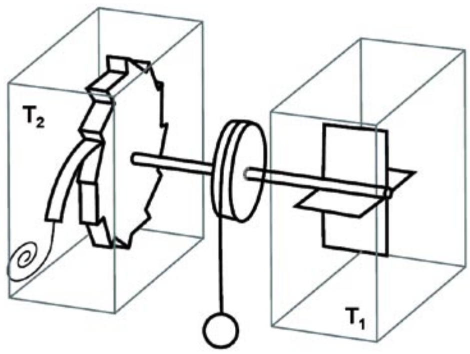
Skutečností zůstává, že fluktuace práce jsou nyní stejného řádu jako sama střední práce. Podobně se chovají i jiné termodynamické veličiny. Jednoduchost, která se „vynořuje“ na makroskopické úrovni, je ztracena. Teprve v poslední době se učíme chápat zákonitosti, které svazují fluktuace v Brownově světě. Byly objeveny a experimentálně potvrzeny zcela nové teorémy, charakterizují například pravděpodobnostní rozdělení práce v právě popsaném experimentu [11]. Vytváří se termodynamika malých systémů, termodynamika platná v Brownově světě.

VII. AUTOMOBIL V KRUPOBITÍ ANEB BRZDĚNÍM K POHYBU

Při promýšlení zákonů Brownova světa nás napadají další otázky. Jak se vlastně jeho obyvatelé pohybují? Jak vypadají jejich dopravní prostředky? Jak využít silného bombardování molekulami k tomu, aby docházelo k pohybu jistým plánovaným směrem? Dostáváme se opět velmi blízko k úvahám o mechanickém Maxwellově démonu.

Ve stejném směru uvažoval jeden z dalších průzkumníků Brownova světa, polský vědec Marian Smoluchowski (1872–1917). Později rozvinul jeho myšlenky fascinujícím způsobem Richard Feynman (1918–1988). Feynman předkládá ve 46. kapitole prvního dílu svých *Přednášek z Fyziky* čtenářům zařízení na obr. 2 [12–14].

V obou naznačených nádobách je plyn. Molekuly plynu v pravé nádobě narážejí na lopatky a způsobují otáčení hřídele. Západka v levé nádo-



2 Feynmanova rohatka. Komponenty zařízení a princip činnosti jsou popsány v hlavním textu.

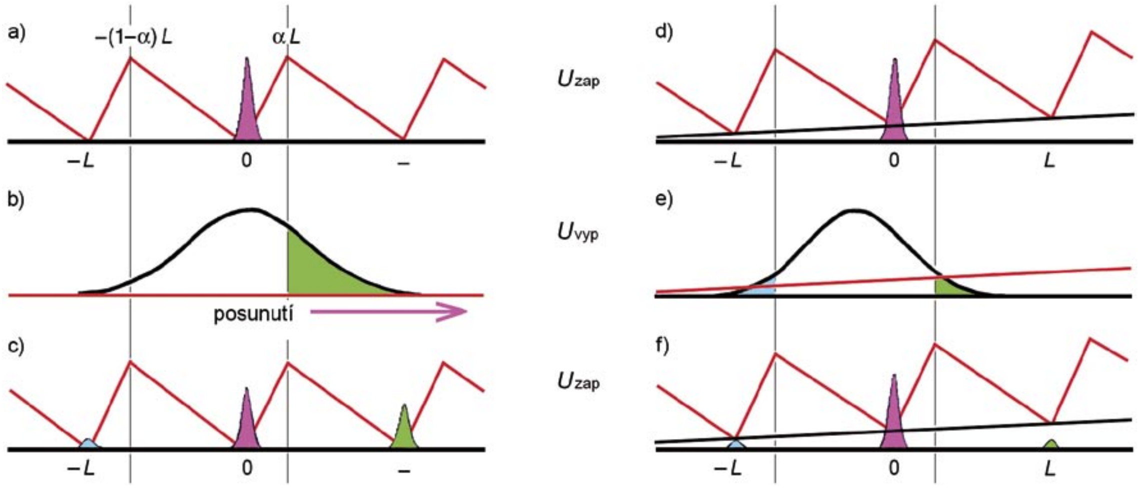
bě je tlačena pružinou k ozubenému kolu. Západka zabraňuje zpětnému otáčení. Mezi nádobami je na hřídeli připevněna kladka. Na kladku se může navíjet vlákno. Vlákno zvedá závaží. Bude zařízení fungovat?

Feynman nejprve uvažuje případ stejných teplot plynu v obou nádobách. Opět není možné vyčlenit z Brownova světa pružinu v levé nádobě. Vlivem nárazů molekul fluktuuje její energie, podobně jako u nám již známého tlakového démona. Fluktuace způsobí občasné samovolné stlačení pružiny, a tedy i její samovolné oddálení od ozubeného kola. Jestliže k tomu dojde, začne ozubené kolo „prokluzovat“, otáčí se nežádoucím směrem. Feynmanova varianta tlakového démona je tak vyvrácena. K transformaci tepla (kinetická energie molekul plynu v pravé nádobě) na práci (zvedání závaží) nemůže dojít! Feynman však pokračuje v analýze. Předpokládejme, že teplota plynu v pravé nádobě je vyšší než teplota plynu vlevo. Pak fluktuace pružiny již nestačí neutralizovat její usměrňující účinek a zařízení se skutečně otáčí zamýšleným směrem. Nejedná se přitom o Maxwellova démona, ale o jistou modifikaci Carnotova stroje. Teplo je odebíráno plynu v pravé nádobě. Jeho část se transformuje na práci. Přitom se *musí* jisté teplo odevzdat plynu v levé nádobě.

Od Feynmanovy rohatky je již jen krůček k motorům, které skutečně pracují v Brownově světě. Ve zbytku tohoto odstavce popíšeme jeden možný, teoreticky předpověděný a experimentálně ověřený princip takového motoru.

Uvažme automobil stojící na mírném svahu a bombardovaný rovnoměrně ze všech stran obrovskými kroupami. Svah stoupá směrem doprava a automobil je orientován přední stranou proti svahu. Pod zadní pneumatiku umístíme cihlu a zabráníme tak zpětnému pohybu doleva, dolů po svahu. Nárazy krup, které přilétají shora a po svahu, nemají žádný účinek. Čas od času však narazí zezadu (zleva) dostatečně rychlá kroupa a postrčí automobil doprava, proti svahu. Kdybychom v tomto okamžiku rychle posunuli cihlu proti svahu a zablokovali tak zadní kolo v nové poloze, zvýšíme potenciální energii automobilu. Opakováním tohoto manévru lze dosáhnout systematického pohybu automobilu proti svahu.

Navržená metoda však zřejmě vyžaduje velmi rychlou reakci a synchronizaci. Pokusíme se ji vylepšit. V podstatě budeme sedět uvnitř automobilu a jistým způsobem působit na pás periodicky se opakujících zubů (rohatka). Pás je pevně spojen s vozovkou. V další úvaze je velmi důležité, že zuby



3 K principu činnosti Brownova motoru. Schéma je částečně popsáno v hlavním textu. Panely a)–c) se vztahují k situaci, kdy svah má nulový sklon. Na panelech d)–f) má svah kritický sklon. Stoupá směrem doprava právě tak strmě, že se globální pohyb proti svahu právě zastaví. Pro situaci popsanou v hlavním textu má svah sklon větší než nulový, avšak menší než kritický. Panely a) a c) znázorňují situaci, kdy je mechanismus tyče uvolněn a tyč je vtlačována mezi zuby rohatky. Automobil (částice) se pohybuje v pilovitém potenciálu, znázorněném červenou čarou. Jinými slovy, automobil „cítí“ potenciál U_{zap}. Tato situace je v platnosti po dobu τ_B. Panely b) a e) ilustrují rozplývání pravděpodobnostního rozdělení pro polohu automobilu v případě, kdy je tyč vysunuta nad zuby rohatky. Automobil se pohybuje v potenciálu U_{vyp} určeném výhradně sklonem svahu. K tomu dochází v průběhu časového intervalu τ_A. Pravděpodobnostní rozdělení pro polohu automobilu se rychle rozplývá a navíc „klouže“ doleva, po svahu – viz panel e). Na panelech c) a f) je tyč opět uvolněna a automobil opět „cítí“ potenciál U_{zap}. Je tedy „přitahován“ k místům minima potenciálu. V souhrnu se těžiště pravděpodobnostního rozdělení pro polohu posunulo doprava, proti svahu, viz panel c). K tomuto posunutí dochází i v případě, kdy je sklon svahu nenulový, avšak menší než kritický.

verze 2007.09.06 A

rohatky jsou asymetrické. První segment zubu, řekněme část B_1, stoupá směrem doprava, je strmější a kratší, viz obr. 3. Při průmětu do vodorovné roviny zabírá tento segment úsek šířky $L_1 = \alpha L$, $\alpha < 1/2$. Druhý segment B_2 klesá směrem doprava a je pozvolnější. Zabírá úsek šířky $L_2 = (1 - \alpha)L$. Celý zub má šířku L.

Uvažme konečně tyč pevně spojenou s konstrukcí automobilu a pohyblivou ve směru kolmém k vozovce, a tedy i k rohatce. Tyč prochází bez tření úzkým otvorem v podlaze a my máme možnost ji tlačit mezi zuby rohatky (automobil s tyčí není na obr. 3 vyobrazen). Tyč je po dobu τ_A zablokována ve vysunuté poloze, tj. vysunuta nad zuby rohatky. Poté je po dobu τ_B uvolněna a my ji tlačíme dolů. V průběhu tohoto intervalu τ_B tedy automobil „cítí" pilovitý potenciál na obrázku. Tato dvojice operací se periodicky opakuje.

V průběhu časového intervalu τ_A sjíždí automobil pomalu doleva, po svahu. Kromě tohoto pomalého systematického pohybu však působí údery krup. V jejich důsledku se automobil pohybuje skoky, které jsou orientovány se stejnou pravděpodobností proti svahu i ze svahu. Podle předpokladu je tento difuzní pohyb velmi podstatný. V souhrnu těchto dvou mechanismů se hustota pravděpodobnosti pro horizontální polohu automobilu rychle rozšiřuje a současně se jako celek posouvá nechtěným směrem, doleva.

V průběhu časového intervalu τ_B dochází k brzdění. Tlakem na tyč se automobil určitým způsobem posune podél svahu, neboť tyč směřuje k místu, v němž se stýkají dva sousední zuby. Poté je automobil zabrzděn, až na málo pravděpodobnou možnost úderu zvláště rychlé kroupy a tím i možnost přeskoku tyče o jeden zub doprava nebo doleva. Přeskok zubu doleva je však pravděpodobnější, protože zub nalevo je nižší. Kdybychom tedy bez ustání tlačili tyč k vozovce, došlo by koneckonců opět k pohybu automobilu nechtěným směrem, doleva.

Nyní se konečně dostáváme k samotnému principu činnosti popsaného „motoru". Vpravo sestupný segment B_2 je v půdorysu širší než segment sestupný vlevo. Pravděpodobnost toho, že se tyč na počátku intervalu τ_B nachází nad širším, vpravo sestupným segmentem B_2, je tedy větší než pravděpodobnost toho, že se nachází nad strmějším a vlevo sestupným segmentem B_1. V prvém případě se při brzdění, tj. v průběhu intervalu τ_B, pohybuje automobil spolu s tyčí směrem doprava a urazí vzdálenost, která je menší nebo rovna šířce segmentu B_2. V druhém případě se posune doleva o vzdálenost, která je menší nebo rovna šířce segmentu B_1.

Periodickým střídáním intervalu typu τ_A, v jehož průběhu je tyč vysunuta nad rohatku, a intervalu typu τ_B, kdy ji tlačíme mezi zuby, můžeme dosáhnout systematického pohybu automobilu doprava, proti svahu! Zhruba řečeno, pohyb vzniká periodickou eliminací vlivu náhodné síly okolí. Energetický vstup souvisí s nutností vysunout na konci intervalu typu τ_B tyč nad rohatku. Jinými slovy, příkon motoru je spojen s prací nutnou k vypínání pilovitého potenciálu na obr. 2. Energetický výstup odpovídá zvýšení potenciální energie automobilu při jeho pohybu proti svahu. Krása konstrukce spočívá v tom, že postup nevyžaduje žádné přesné měření a synchronizaci. Z hlediska operátora se požaduje jediné: periodické vysouvání a zasouvání tyče.

Lze se domnívat, že uvedená konstrukce patří spíše do oblasti vědecko-fantastické literatury. Ve skutečnosti jsme ilustrovali všechny nezbytné prvky činnosti mechanismů, které operují na buněčné úrovni, v Brownově světě, a které jsou v uplynulých deseti letech stále intenzivněji studovány. Ukazuje se, že prostorově–časová a energetická měřítka, která panují na molekulární úrovni, činí výše uvedenou konstrukci naprosto reálnou. Brownův motor *není* realizací Maxwellova démona. K výše uvedenému přepínání potenciálů dochází v důsledku průběhu jistých chemických reakcí. Chemická energie se tak transformuje na energii mechanickou, nutnou k pohybu částic ve viskózním prostředí.

VIII. PARRONDŮV PARADOX

Einsteinovo objasnění Brownova pohybu v roce 1905 dlouhodobě stimulovalo rozvoj teorie pravděpodobnosti. Bylo například nutné matematicky zpracovat fyzikální představu o síle, kterou působí molekuly okolí na brownovskou částici. Tato síla byla fyzikálně modelována jako posloupnost nekonečně častých, nekonečně krátkých, nekonečně slabých a náhodně orientovaných impulzů. Ukázalo se, že pohyb Brownovy částice těsně souvisí s matematickou úlohou o náhodném bloudění.

V rámci této tradice se španělský profesor Juan M. R. Parrondo v roce 1996 pokoušel vytvořit pravděpodobnostní model, který by transparentně ilustroval výše popsaný princip činnosti Brownových motorů. Výsledkem byla jistá kombinovaná úloha o náhodném bloudění. Překvapivý závěr o pohybu automobilu proti svahu se ukázal v novém světle: střídáním dvou negativních vlivů lze získat pozitivní efekt [15].

V základní variantě Parrondova paradoxu se nejprve odděleně uvažují dvě *prohrávající* hry, hra **A** a hra **B**. Jejich střídáním podle jistého pravidla, které upřesníme níže, vzniká nová hra, řekněme hra **C**. Paradox spočívá v tom, že za jistých okolností je hra **C** vyhrávající. Obecněji řečeno, vhodným střídáním dvou individuálně prohrávajících her vzniká hra *vyhrávající*.

Uvažme hráče s jistým vstupním kapitálem. V každé jednotlivé hře se v případě výhry jeho kapitál zvýší o jedničku, v případě prohry se o jedničku sníží. Hra **A** je velmi jednoduchá. Spočívá v hodu nepravidelnou mincí. Pravděpodobnost výhry nechť činí $p = 1/2 - \varepsilon$, kde ε je jisté malé kladné číslo, například $\varepsilon = 1/100$. Prohra má pravděpodobnost $(1 - p)$, tj. je o něco pravděpodobnější než výhra. Je-li hrána posloupnost her **A**, střední hodnota kapitálu klesá. Po nějakou dobu můžeme vyhrávat, avšak v dlouhé sérii her se projeví pravděpodobnostní vlastnosti mince. V tomto smyslu je hra **A** se slabě nepříznivou mincí evidentně prohrávající. Při opakování hry **A** tak pozorujeme situaci, kterou známe z minulého odstavce. Při vypnutém pilovitém potenciálu klouže automobil ze svahu doleva. Nyní se postupně snižuje kapitál hráče. Přitom se současně rozšiřuje pravděpodobnostní rozdělení jednotlivých hodnot kapitálu.

Hra **B** je poněkud složitější. V závislosti na svém aktuálním kapitálu použije hráč buď minci B_1, nebo minci B_2. Konkrétně je-li jeho aktuální kapitál číslo dělitelné třemi, vrhá silně nepříznivou mincí B_1. U ní je pravděpodobnost výhry pouze $p_1 = (1/10) - \varepsilon$. V opačném případě, není-li jeho kapitál dělitelný třemi, hází středně příznivou mincí B_2. Pro ni je pravděpodobnost výhry $p_2 = (3/4) - \varepsilon$. Jak dále uvidíme, tyto dvě mince hrají stejnou roli jako dva segmenty zubů v minulém odstavci, proto byly také stejně označeny. Posloupnost her **B** pak odpovídá pohybu automobilu při neustále zapnutém pilovitém potenciálu.

Je hra **B** skutečně prohrávající? *Chybný* úsudek by mohl znít takto: Při opakování hry **B** vrháme v jedné třetině případů mincí B_1 a ve dvou třetinách případů mincí B_2. Vážená (střední) pravděpodobnost výhry ve hře **B** je tedy $P_B = (1/3)p_1 + (2/3)p_2 = (16/30) - \varepsilon$. Pro dostatečně malé ε je $P_B > 1/2$. Hra **B** je tedy vyhrávající. Úsudek je chybný, neboť silně nepříznivá mince B_1 *není* ve skutečnosti používána v jedné třetině hodů, ale poněkud častěji. Skutečně, jestliže je aktuální kapitál násobkem tří, řekněme například 9, pak musíme použít minci B_1 a s velkou pravděpodobností $1 - p_1 = (9/10) + \varepsilon$ prohrajeme. Náš nový kapitál bude 8 jednotek. Musíme tedy použít minci B_2. Při hodu touto mincí s pravděpodobností $p_2 = (3/4) - \varepsilon$ vyhrajeme a náš kapitál bude opět 9 jednotek. Oscilace mezi kapitálem $3n$ jednotek a $(3n - 1)$ jednotek mají tedy velkou pravděpodobnost. V důsledku toho je *skutečná* frekvence použití silně nepříznivé mince B_1 v dlouhé sérii opakování hry **B** větší než jedna třetina (a menší než jedna polovina). Nepříznivou mincí hrajeme častěji, než jsme mylně předpokládali.

Přejděme nyní k analýze kombinované hry **C**. Budeme jednoduše náhodně střídat hry **A** a **B**. Přesněji řečeno, s pravděpodobností 1/2 hrajeme hru **A** a se stejnou pravděpodobností 1/2 hru **B**. Kombinovaná hra má tedy následující pravidla: Je-li aktuální kapitál hráče číslo dělitelné třemi, je pravděpodobnost výhry $q_1 = (1/2)p + (1/2)p_1$. To je pravděpodobnost toho, že bude hrána hra **A**, násobená pravděpodobností výhry v této hře, plus pravděpodobnost toho, že bude hrána **B**, násobená pravděpodobností výhry v této hře při kapitálu $3n$. Podobně, není-li aktuální kapitál dělitelný třemi, je pravděpodobnost výhry ve hře **C** rovna $q_2 = (1/2)p + (1/2)p_2$.

Parrondův paradox spočívá v tom, že kombinovaná hra **C** je vyhrávající! Dokazuje to detailní analytický výpočet, který se opírá o teorii markovských řetězců. Změny kapitálu hráče je možno popsat jako náhodné bloudění v třístavovém prostoru. Jednotlivé stavy odpovídají třem možným zbytkům při dělení kapitálu třemi. Hru **C** lze potom reprezentovat jistou maticí přechodových pravděpodobností. Hledá se stacionární stav vzniklého markovského řetězce. Výsledky analytického rozboru lze potvrdit jednoduchou počítačovou simulací. Ukazuje se, že rostoucí tendence kapitálu při hře **C** do značné míry nezávisí na detailech scénáře pro střídání her **A** a **B**. Obě hry lze například střídat pravidelně nebo podle nějakého jiného pravidla.

Klíčovou rolí hry **A** je růst rozptylu kapitálu předtím, než je v rámci hry **B** jeho velikost přechodně stabilizována (zabrzděna) v nové poloze, tj. mezi hodnotami $3n$ a $(3n - 1)$. Jinými slovy, hra **A** je sama o sobě prohrávající, avšak *při střídání her* se projeví její nová, pozitivní role – připravuje vhodný rozptyl kapitálu. Hra **B** potom rozptýlený kapitál „setřese“. Výsledkem „spolupráce“ obou her je rostoucí tendence kapitálu.

Již jsme se zmínili o analogii mezi úvahami v tomto a v předchozím oddíle. Poloha automobilu je analogií kapitálu. Tyč vysunutá nad rohatku odpovídá sérii her, kdy stále opakujeme hru **A**. Pravidla pro hru **B** odpovídají jednotlivým segmentům zubu rohatky v minulém odstavci. Hra silně nepříznivou mincí B_1 představuje segment zubu, který ostře klesá směrem doleva. Vyhrávající mince B_2 posune kapitál „proti svahu“ a odpovídá delšímu segmentu zubu rohatky. Přepínání potenciálu z minulého odstavce koresponduje nyní se střídáním obou výchozích her.

IX. SHRNUTÍ

Na závěr se pokusme zařadit úvahy z předchozích dvou oddílů do realistického fyzikálního kontextu. Uvažme jednodimenzionální difuzní pohyb částice v časově a prostorově proměnném potenciálu $U(x,t)$. Stav částice v čase t je popsán hustotou pravděpodobnosti $p(x,t)$ pro její polohu. Kromě náhodné termální síly působí na částici v místě x a v čase t potenciálová síla, určená záporně vzatou derivací potenciálu. Potenciálová síla je tedy obecně závislá na souřadnici i na čase. Termální síla je závislá na teplotě a v jejím důsledku vzniká difuzní tendence. V aproximaci přetlumeného pohybu, tj. jestliže pomineme všechny setrvačné efekty, bude dynamika stavu řízena tzv. Smoluchowského rovnicí [16, 17].

Z matematického hlediska představuje poloha částice časově nehomogenní Markovův proces [16]. V důsledku uvažované časové závislosti potenciálu jsou na čase závislé také infinitezimální pravděpodobnosti přechodu, a tím i koeficienty ve zmíněné Smoluchowského rovnici. Právě tato skutečnost značně komplikuje její přesné řešení. Přitom časová závislost potenciálu je v naší formulaci zcela nepostradatelná. V podstatě bude vyjadřovat přepínání mezi dvěma průběhy potenciálu, podobně jako jsme u Parrondovy konstrukce střídali hry **A** a **B**. Přesněji řečeno, po dobu τ_A bude v platnosti časově nezávislý potenciál, který rovnoměrně narůstá směrem doprava. Tomu odpovídá prostorově konstantní síla ve směru doleva. V průběhu následujícího časového intervalu τ_B je pohyb částice naopak řízen časově nezávislým potenciálem, jehož tvar odpovídá rohatce z oddílu VII. Jestliže například částice nese elektrický náboj, může být „zubatý“ potenciál generován elektrickými dipóly periodicky rozloženými podél jisté makromolekuly [18].

Z fyzikálního hlediska je velmi důležitou veličinou časově asymptotická rychlost částice. V naší formulaci ji získáme takto. Nejprve řešíme Smoluchowského rovnici s jistou počáteční podmínkou a s periodickými okrajovými podmínkami [17]. Tím dostaneme časově a prostorově rozlišený proud pravděpodobnosti $j(x,t)$. V druhém kroku získaný proud integrujeme přes základní prostorovou periodu a poté středujeme přes časovou periodu změn potenciálu $\tau = \tau_A + \tau_B$. Při alternaci obou forem potenciálu není žádný z nich v platnosti dostatečně dlouho, aby se projevil jeho globální sklon. Ten by nakonec vyústil v usměrněném pohybu doleva. V určitém smyslu je při střídání vnějších podmínek částice udržována v nerovnovážném stavu. Souhra potenciálů nakonec vede k tomu, že výsledná rychlost může být orientována směrem doprava, proti globálně působící síle. Pro činnost „motoru" vůbec a pro výslednou rychlost je velmi důležitý vzájemný poměr časového měřítka pro přepínání potenciálů a časového měřítka pro difuzní pohyb napříč jednotlivými segmenty potenciálů. Druhé měřítko závisí na šířce zubů a na teplotě. V tomto odstavci jsme hovořili o kinematice částice. Celá úloha má však i zajímavý aspekt energetický, zaměřený na výpočet energetické účinnosti motoru a na její optimalizaci.

Shrnuto a zobecněno, molekulární motory pracují na principu nerovnovážné rektifikace termálních fluktuací. Představují unikátní možnost extrakce termální energie a její transformace na čistší formy energie, například na energii mechanickou. Užitečná energie vzniká usměrněním pohybu brownovských částic ve viskózním prostředí, popřípadě při překonávání jiných brzdných sil. V uvažovaných energetických měřítcích je **prvním** určujícím prvkem dynamiky termální *fluktuující síla*, která má původ v nárazech částic okolí na studovanou částici. Pokud by však tato síla působila jako jediná, přešla by nutně brownovská částice do stavu rovnováhy se svým okolím, s tepelnou lázní. Takový stav je vždy charakteristický vymizením makroskopických toků. V mnoha konkrétních situacích je však brownovská částice ovlivňována navíc jistou dodatečnou vnější časově proměnnou silou. Ta svými časovými změnami fakticky zabraňuje vzniku rovnováhy. **Druhým** základním předpokladem činnosti Brownova motoru je tedy *vyloučení rovnovážného stavu* vlivem opakované časové změny vnějšího potenciálu, ve kterém probíhá difuzní pohyb. Uvedené časové změny profilu potenciální energie jsou buď implementovány externě, nebo jsou například důsledkem probíhajících chemických reakcí, při kterých částice střídavě získává a ztrácí elektrický náboj [18]. Přitom je však časově vystředované působení vnější síly opět neutrální. Jinými slovy, tato vnější síla *per se* nezakládá po časovém vystředování žádnou apriorní příčinu usměrněného pohybu. Poslední, **třetí** ingredient pro činnost motoru je *narušení prostorové inverzní symetrie* pro difuzní úlohu. Potenciální profil pro pohyb částice má například tvar periodicky opakovaných asymetrických zubů. A opět, v základní situaci nevytváří uvedený potenciál žádný globální sklon a nemůže tedy generovat usměrněný globální pohyb.

Při s*oučasném* splnění právě uvedených předpokladů může dojít ke kooperativní interferenci vnější a termální síly. Výsledkem, jak jsme se pokoušeli ukázat, je globální transport brownovské částice v situaci, kdy na ni nepůsobí žádné globální hnací síly! V současné době, po zhruba desetiletém intenzivním zkoumání, je princip experimentálně prověřen v řadě konkrétních situací [19]. Byl mimo jiné navržen k objasnění vnitrobuněčného transportu [18]. Jeho detailní teoretická analýza vedla k hlubšímu pochopení nerovnovážných procesů, probíhajících v biologických systémech na molekulární úrovni. Výsledkem postupného pronikání do světa termálních fluktuací je současně významný posun a zpřesnění hranic platnosti makroskopické nerovnovážné termodynamiky. Teprve v poslední době tak nejen poznáváme, jak velkou náklonnost jeví Příroda k Brownově světu, ale současně se i učíme chápat důsledky jeho specifických zákonů.

Přehled historického vývoje i současného stavu v oblasti *kinetiky* Brownových motorů poskytuje obšírná studie [20]. Zde čtenář nalezne velmi obsáhlý přehled referencí na časopiseckou literaturu. Je zde také uveden podrobný výčet možných aplikací. Současný stav poznání v novější oblasti *energetiky* Brownových motorů shrnuje práce [21]. Populárnější charakter mají přehledné články [22] a [23].

LITERATURA

[1] J. C. Maxwell: *Theory of Heat*. Longmans Green, London 1871; Dover, London 2001.
[2] H. S. Leff, A. F. Rex, Am. J. Phys. **58,** 201 (1990).
[3] H. S. Leff, A. F. Rex: *Maxwell's Demon*. Adam Hilger, Bristol 2003.
[4] M. von Smoluchowski, Physik. Z. **13,** 1069 (1912).
[5] L. Szilard, Physik. Z. **53,** 840 (1929).
[6] L. Brillouin, J. Appl. Phys. **22 ,** 334 (1951).
[7] R. Landauer, IBM J. Res. Dev. **5,** 183 (1961).
[8] C. H. Bennett, Sci. Am. **257,** 108 (1987).
[9] C. H. Bennett, Int. J. Theor. Phys. **21,** 905 (1982).
[10] E. M. Purcell, Am. J. Phys. **45,** 3 (1977).
[11] F. Ritort, Poincaré Seminar **2,** 195 (2003).
[12] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: *The Feynman Lectures on Physics I*. Addison-Wesley, Reading, MA, 1963, kap. 46.
[13] J. M. R. Parrondo, P. Espagnol, Am. J. Phys. **64,** 1125 (1996).
[14] K. Sekimoto, J. Phys. Soc. Jap. **66,** 1234 (1977).
[15] G. P. Hamer, D. Abbott, Fluctuation Noise Lett. **2,** (2002) 71.
[16] N. G. Van Kampen: *Stochastic Processes in Physics and Chemistry*. North-Holland, Amsterdam 1981.
[17] H. Risken: *The Fokker–Planck Equation*. Springer, Berlin 1989.
[18] R. D. Astumian, M. Bier, Biophys. J. **70,** 637 (1996).
[19] H. Linke, ed.: *Ratchets and Brownian motors: basics, experiments and applications*, Appl. Phys. **A 75,** 167 (2002).
[20] P. Reimann, Phys. Rep. **361**, 57 (2002).
[21] J. M. R. Parrondo, B. J. de Cisneros, Appl. Phys. **A 75,** 179 (2002).
[22] R. D. Astumian, P. Hanggi, Phys. Today, č. 11, 33 (2002).
[23] R. D. Astumian, Science **276**, 917 (1997).