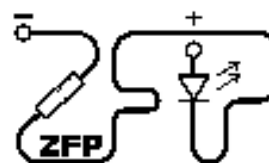


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum **PII**



Úloha č. 4

Název úlohy: **Měření malých odporů**

Jméno: **Josef Iosephus Kučera**

Obor: **FOF**

Datum měření: **18. 12. 2019**

Datum odevzdání: **viz. internet**

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 3	
Teoretická část	0 - 2	
Výsledky a zpracování měření	0 - 9	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:

dne:

Pracovní úkol

1. Změřte průměry šesti drátů na pracovní desce.
2. Změřte odpor šesti drátů Wheatstoneovým a Thomsonovým můstkem Metra - MTW. Vysvětlete rozdíly ve výsledcích měření. Současně určete odpor přívodních vodičů a odpor na svorkách v případě měření Wheatstoneovým můstkem.
3. Změřte odpory ve čtyřbodovém zapojení pomocí multimetru KEITHLEY 2010.
4. Určete měrný odpor jednotlivých vzorků i s příslušnou chybou výsledku. Stanovené hodnoty porovnejte s hodnotami uváděnými v tabulkách.

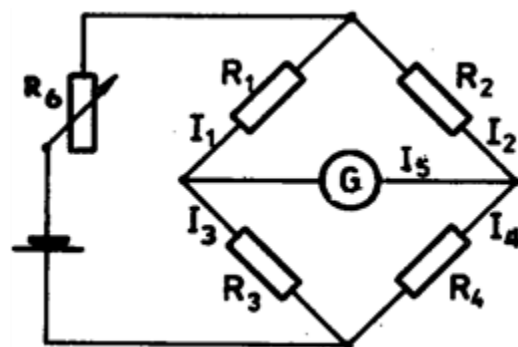
Theorie

Při čtyřbodovém zapojení musí být rezistor (nebo jiný prvek) opatřen čtyřmi kontakty (svorkami).

Wheatstoneův můstek

V této úloze se zaměříme na měření malých odporů, menších než 1Ω . Odpory přívodních vodičů a přechodové odpory kontaktů pak nemusí mít vždy zanedbatelnou hodnotu vůči měřenému odporu. Měření s Wheatstoneovým můstkem může být zatíženo systematickou chybou, která způsobí, že změříme hodnotu odporu zvětšenou o odpor přívodů.

Teče-li indikátorem G nulový proud, tj. $I_5 = 0$, platí rovnice [1-4]:



Obrázek 1: Wheatstoneův můstek (přejato z [4])

$$I_1 = I_3, I_2 = I_4, I_1 R_1 = I_2 R_2, I_3 R_3 = I_4 R_4 \quad (1)$$

Ze série rovnic (1) plyne vztah platný pro můstek v rovnováze [1-4].

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (2)$$

Vztah (2) umožňuje určit pomocí tří známých odporů čtvrtý neznámý odpor.

V obvodu s Wheatstoneovým můstkem (Obrázek 1), jsme za použití vztahu 2 počítali odpor drátů X dle následující rovnice:

$$X = R \cdot \frac{a}{b} \quad (3)$$

Kde R jest odpor odečtený z odporové dekadý, a a b jsou hodnoty odporů R_3 a R_4 z Obrázku 1.

Thomsonův můstek

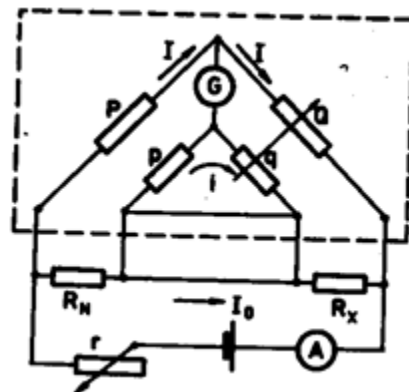
Obvod s Thomsonovým můstkem jest na obrázku 2.

V našem měřicím obvodu jsme využívali normálový resistor o odporu R_n a resistor kolíkový o odporu R_p , jehož hodnotu nastavili jsme na přístroji stolním.

Hodnota resistance R pak sestávala se opět z hodnoty naměřené na odporné dekádě.

Vzoreček pro výpočet celkového odporu zřejmý jest toliko v rovnici (4) [4].

$$R_x = R \cdot \frac{R_n}{R_p} \quad (4)$$



Obrázek 2: Thomsonův můstek (přejato z [4])

Multimetr Keithley

Po těchto dvou analogových měřeních jali jsme se nakonec změřiti to samé tentokráte digitálně pomocí multimeteru Keithley 2010.

Měrný elektrický odpor

Jest toliko známo vědě, jež elektromagnetismus zove se, po dlouhá desetiletí, že měrný elektrický odpor (alias toť, co vypadá v rovnici (5) jako ρ ale jest ve skutečnosti „ ρ “) počítati se v dobré společnosti ráčí následovně:

$$\rho = \frac{RS}{l} \quad (5)$$

Kde R jest odpor homogenního vodiče délky l a plochy příčného průřezu S

Pozn.: U všech odporů počítáme s chybovou tolerancí odporu $\pm 1\%$.

Výsledky měření

Naše experimentování bylo prováděno za následujících podmínek měření:

TEPLOTA: 22,9 °C

RELATIVNÍ VLHKOST VZDUCHU: 30,3 %

1. Měření rozměrů vodičů vzorků

Příručním metrem jsme změřili délku všech drátů:

$$l = (890 \pm 1) \text{ mm}$$

Poté jsme mikrometrem změřili i jejich průměry d , z nichž jsme vypočítali obsahy průřezů drátů S a výsledky uvedli pro jednotlivé dráty v Tabulce:

Tabulka 1: Průměry drátů

DRÁT	Materiál	d [mm]	e_d [mm]	S [mm ²]	e_s [mm ²]
1.	wolfram	0,66	0,01	0,34	0,01
2.	měď	1,32	0,01	1,37	0,01
3.	kanthal	0,48	0,01	0,18	0,01
4.	železo	0,39	0,01	0,12	0,01
5.	mosaz	0,57	0,01	0,26	0,01
6.	chromnikl	0,98	0,01	0,75	0,01

Chyba měřidla byla v obou případech dominantní chybou, která pokryla i případnou chybu statistickou.

Chyba obsahu průřezu byla vypočítána ze vzorečku (6)

$$e_s = \frac{e_d}{2} \cdot 2 \quad (6)$$

1

¹ Ta dvojka se tam objevila zderivováním druhé mocniny

2. Měření odporů Wheatstonovým a Thomsonovým můstkem

Wheatstoneův můstek

Při měření odporů v obvodu s Wheatstonovým můstkem jsme nejprve změřili odpory přívodních vodičů R_p , které svým odporem zvyšovaly naše naměřené hodnoty na odporové dekádě.

$$R_p = 33,2 \Omega$$

Tuto hodnotu systematické chyby jsme odečetli od naměřených hodnot odporů R na dekádě a výsledky měření celkového odporu X dle Rovnice (3) jsme uvedli v tabulce 2:

Tabulka 2: Měření odporů Wheatstonovým můstkem

DRÁT	Materiál	a [Ω]	e_a	b [Ω]	e_b	R [Ω]	e_R [Ω]	X [m Ω]	e_x [m Ω]
1.	wolfram	1	$\pm 1\%$	1000	$\pm 1\%$	142	± 1	141,8	$\pm 3,8$
2.	měď	1	$\pm 1\%$	1000	$\pm 1\%$	11	± 1	10,8	$\pm 1,2$
3.	kanthal	1	$\pm 1\%$	1000	$\pm 1\%$	6234	± 1	6234	± 126
4.	železo	1	$\pm 1\%$	1000	$\pm 1\%$	1481	± 1	1481	± 31
5.	mosaz	1	$\pm 1\%$	1000	$\pm 1\%$	222	± 1	221,8	$\pm 5,4$
6.	chromnikl	1	$\pm 1\%$	1000	$\pm 1\%$	1180	± 1	1180	± 25

Chyba odporu R na odporové dekádě e_R jest pojata jakožto chyba zaokrouhlovací.

Dle vzorečku pro kombinování nejistot – Rovnice (7) jsme po dosazení relativních (procentuálních) nejistot $u_{a,b,c}$ vypočítali celkovou relativní (procentuální) chybu u_k a z ní i absolutní chybu výsledných odporů e_x .

$$u_k = u_a + u_b + u_c \quad (7)$$

Thomsonův můstek

Při měření odporů v obvodu s Thomsonovým můstkem jsme použili normálový resistor o odporu:

$$R_n = 0,1 \Omega \pm 1\%$$

Výsledky měření celkového odporu R_x dle Rovnice (3) jsme uvedli v tabulce 3:

Tabulka 3: Měření odporů Thomsonovým můstkem

DRÁT	Materiál	R _p [Ω]	e_{Rp}	R [Ω]	e_R [Ω]	R _x [m Ω]	e_{Rx} [m Ω]
1.	wolfram	1000	$\pm 1\%$	1375	± 1	137,5	$\pm 2,9$
2.	měď	1000	$\pm 1\%$	109	± 1	10,9	$\pm 0,3$
3.	kanthal	100	$\pm 1\%$	6240	± 1	6240	± 126
4.	železo	100	$\pm 1\%$	1486	± 1	1486	± 31
5.	mosaz	1000	$\pm 1\%$	2210	± 1	221,0	$\pm 4,5$
6.	chromnikl	100	$\pm 1\%$	1180	± 1	1180	± 25

Chyba odporu R na odporové dekádě e_R jest pojata jakožto chyba zaokrouhlovací.

Dle vzorečku pro kombinování nejistot – Rovnice (7) jsme po dosazení relativních (procentuálních) nejistot $u_{a,b,c}$ vypočítali celkovou relativní (procentuální) chybu u_k a z ní i absolutní chybu výsledných odporů e_{Rx} .

Výsledky měření pomocí Wheatstoneova a Thomsoneova můstku se nelišily nijak markantně. I díky tomu, že jsme od hodnot naměřených na odporové dekádě R odečetli resistenci drátů R_n , čímž jsme výsledné hodnoty odporů X zkorigovali.

3. Měření odporů multimetrem Keithley

Jelikož jsme měřili digitálním multimetrem, chyba, kterou zde u výsledků uvádíme, jest dána zaokrouhlovací nejistotou na poslední zobrazované digitě měřicího přístroje.

Wolfram

$$R = (137,7 \pm 0,1) \text{ m}\Omega$$

Meď

$$R = (11,1 \pm 0,1) \text{ m}\Omega$$

Kanthal

$$R = (6246,1 \pm 0,1) \text{ m}\Omega$$

Železo

$$R = (1478,5 \pm 0,1) \text{ m}\Omega$$

Mosaz

$$R = (221,2 \pm 0,1) \text{ m}\Omega$$

Chromnikl

$$R = (1180,3 \pm 0,1) \text{ m}\Omega$$

4. Měrný elektrický odpor

Použitím vzorečku z Rovnice (5), dat z Tabulky 1, 2 a 3 a hodnot naměřených multimetrem Keithley jsme vypočítali jednotlivé měrné elektrické odpory a výsledek jsme uvedli v následující tabulce:

Tabulka 4: Měrné elektrické odpory

DRÁT	Materiál	Wheatstoneův můstek		Thomsonův můstek		Keithley 2010		TABULKY	citace
		ρ [$\Omega\text{m} \cdot 10^{-8}$]	e_ρ [$\Omega\text{m} \cdot 10^{-8}$]	ρ [$\Omega\text{m} \cdot 10^{-8}$]	e_ρ [$\Omega\text{m} \cdot 10^{-8}$]	ρ [$\Omega\text{m} \cdot 10^{-8}$]	e_ρ [$\Omega\text{m} \cdot 10^{-8}$]	ρ [$\Omega\text{m} \cdot 10^{-8}$]	
1.	wolfram	5,5	$\pm 0,2$	5,3	$\pm 0,2$	5,3	$\pm 0,2$	4,9	[5]
2.	měď	1,7	$\pm 0,2$	1,68	$\pm 0,05$	1,71	$\pm 0,02$	1,7	[5]
3.	kanthal	126,8	$\pm 7,5$	126,9	$\pm 7,5$	127,0	$\pm 7,0$	145	[7]
4.	železo	19,9	$\pm 1,7$	19,9	$\pm 1,7$	19,8	$\pm 1,7$	10	[5]
5.	mosaz	6,4	$\pm 0,3$	6,3	$\pm 0,3$	6,3	$\pm 0,2$	7,5	[6]
6.	chromnikl	100,0	$\pm 2,5$	100,0	$\pm 2,5$	100,0	$\pm 1,3$	108	[6]

V předposledním sloupci tabulky jsme uvedli tabelované hodnoty měrných elektrických odporů pro všechny měřené materiály.

Celkovou chybu měrných elektrických odporů e_p jsme počítali dle vzorce pro výpočet chyby nepřímých měření (8) [8]:

$$e_p = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial R}\right)^2 (e_r)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial S}\right)^2 (e_s)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial l}\right)^2 (e_l)^2} \quad (8)$$

Diskuse

Během našich měření se naše vodiče zahřívaly v důsledku tepelných ztrát při průchodu elektrického proudu. To zvýšilo nepřesnost našich měření, neboť odpor vodičů je závislý na jejich teplotě.

Tím se dá vysvětlit, že oproti tabelovaným hodnotám z Tabulky 4 naše měření i s chybou nejistoty splnila uspokojivě pouze data naměřená pro měděný drátek.

Též jsme měřili při teplotách vyšších než 20 °C, avšak jen marginálně, ergo mnohem vyšší chybu činilo nám teplo ohmické ☺.

Závěr

Pro **wolframový** drát:

Naměřili jsme hodnoty měrných elektrických odporů:

- pomocí Wheatstonova můstku: $(5,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$
- pomocí Thomsonova můstku: $(5,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$
- pomocí multimeteru Keithley 2010: $(5,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$

Pro **měděný** drát:

Naměřili jsme hodnoty měrných elektrických odporů:

- pomocí Wheatstonova můstku: $(1,7 \pm 0,2) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$
- pomocí Thomsonova můstku: $(1,68 \pm 0,05) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$
- pomocí multimeteru Keithley 2010: $(1,71 \pm 0,02) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$

Pro **kanthalový** drát:

Naměřili jsme hodnoty měrných elektrických odporů:

- pomocí Wheatstonova můstku: $(126,8 \pm 7,5) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$
- pomocí Thomsonova můstku: $(126,9 \pm 7,5) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$
- pomocí multimeteru Keithley 2010: $(127,0 \pm 7,0) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$

Pro **železný** drát:

Naměřili jsme hodnoty měrných elektrických odporů pomocí Wheatstonova můstku

- pomocí Wheatstonova můstku: $(19,9 \pm 1,7) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$
- pomocí Thomsonova můstku: $(19,9 \pm 1,7) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$
- pomocí multimeteru Keithley 2010: $(19,8 \pm 1,7) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$

Pro **mosazný** drát:

Naměřili jsme hodnoty měrných elektrických odporů pomocí Wheatstonova můstku

- pomocí Wheatstonova můstku: $(6,4 \pm 0,3) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$
- pomocí Thomsonova můstku: $(6,3 \pm 0,3) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$
- pomocí multimeteru Keithley 2010: $(6,3 \pm 0,2) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$

Pro **chromniklový** drát:

Naměřili jsme hodnoty měrných elektrických odporů pomocí Wheatstonova můstku

- pomocí Wheatstonova můstku: $(100,0 \pm 2,5) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$
- pomocí Thomsonova můstku: $(100,0 \pm 2,5) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$
- pomocí multimeteru Keithley 2010: $(100,0 \pm 1,3) \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$

Literatura

- [1] Brož J. a kol.: Základy fyzikálních měření I, SPN, Praha 1983, č. I.4.3.5.5
- [2] Brož J., Roskovec V., Valouch M., Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980
- [3] Bakule R., Šternberk J.: Fyzikální praktikum II., SPN, Praha 1989
- [4] ZFP [online]. Praha, 2013 [cit. 2019-12-24]. Dostupné z:
http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/media/zadani/texty/txt_204.pdf
- [5] [online] Dostupné z: https://www.electronics-notes.com/articles/basic_concepts/resistance/electrical-resistivity-table-materials.php [cit. 2019-12-24]
- [6] [online] Dostupné z: <http://www.converter.cz/tabulky/merny-odpor.htm> [cit. 2019-12-24]
- [7] [online] Dostupné z: <https://kdf.mff.cuni.cz/vyuka/Fyzika2eImag/MernyOdporLatek.pdf> [cit. 2019-12-24]
- [8] Materiály a hodiny pána Vojtěcha Chlána