

# Optika - důležité vzorečky k početní části

## Maxwellovy rovnice

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0 && \text{el. indukci} \\ \nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} &= \vec{j} && \text{mag. indukci} \\ \nabla \cdot \vec{D} &= \rho && \text{rel. indukce} \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 && \text{mag. indukce} \end{aligned}$$

## Materiálové vztahy

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu \vec{H} && \text{mag. permeabilita} \\ \vec{D} &= \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} && \text{susceptibilita} \\ (\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}) \quad \vec{D} &= \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon \vec{E} \\ \vec{j} &= \sigma \vec{E} \end{aligned}$$

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

$$n = \frac{c_0}{c} = \sqrt{\epsilon_r}$$

## Kulová vlna

$$f(r, t) = \frac{A}{r} \exp[-i(\omega t \pm \vec{k} \cdot \vec{r})]$$

$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

## Užitečné základy

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \nu$$

frekvence

perioda

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$$

rychlost šíření světla v daném prostředí

vlnová délka

$$\vec{k} = k \vec{s} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{s} = \frac{\omega}{c} \vec{s} = \frac{\omega}{c_0} n \vec{s} = k_0 n \vec{s}$$

ve vlnu

jednotkový vektor ve směru šíření

index lomu

## Rovinná harmonická vlna

$$\begin{aligned} \vec{E}(r, t) &= \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi) \\ \vec{E}(r, t) &= \vec{E}_0 \exp[-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] \\ &\downarrow \\ &\vec{E}_0 \exp(-i\varphi) \end{aligned}$$

## Poyntingův vektor

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t)$$

## Intenzita světla

$$I \sim \frac{1}{2} \vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0^* \quad I = \langle \vec{S} \rangle$$

$$I = \frac{1}{2Z} \vec{E}_0 \vec{E}_0^* \quad Z = \frac{Z_0}{n} = \frac{\sqrt{\mu_0}}{\sqrt{\epsilon_0} n}$$

střední časová hustota hustoty energie elmag. pole

$$\langle W \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r |\vec{E}_0|^2 = \langle 2W_0 \rangle = \frac{I}{c}$$

## Polarizace

$$(\delta = \delta_y - \delta_x)$$

$$E_{x0} = E_{y0} \wedge \delta = m \frac{\pi}{2}, m = \pm 1, \pm 3, \pm 5 \dots \Rightarrow \text{ kruhová polarizace}$$

$$\delta = m\pi, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \Rightarrow \text{ lineární polarizace}$$

pro jiné hodnoty fázového rozdílu  $\delta \Rightarrow$  eliptická polarizace

## Snellův zákon

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

## Brewsterův úhel

$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1}$$

## Kritický úhel dopadu

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ = n_2$$

fázová rychlost

$$v_f = \frac{\omega}{k}$$

grupová rychlost

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

Interferenční (dvě vlny stejné frekvence)

$$I(\vec{r}) = I_1 + I_2 + 2\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(\delta)$$

Fresnelovy vzorce (amplitudové koeficienty odrazu a transmisie)

$$r^\perp = \frac{E_{or}^\perp}{E_o^\perp} = \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta} \quad r^\parallel = \frac{E_{or}^\parallel}{E_o^\parallel} = \frac{n_2 \cos \alpha - n_1 \cos \beta}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta}$$

$$t^\perp = \frac{E_{ot}^\perp}{E_o^\perp} = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta} \quad t^\parallel = \frac{E_{ot}^\parallel}{E_o^\parallel} = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta}$$

intenzitní koeficienty odrazu R a propustnosti T

$$R^{\perp, \parallel} = (r^{\perp, \parallel})^2 \quad T^{\perp, \parallel} = \frac{n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha} (t^{\perp, \parallel})^2$$

$$R + T = 1 \quad R = R^\perp \sin^2 \theta + R^\parallel \cos^2 \theta$$

Interference na dielektrické vrstvě - dráhový rozdíl:  $\Delta = 2d n_2 \cos \beta$

Stokesovy vztahy

$$r = -r'$$

$$r^2 + t t' = 1$$

Mřížková rovnice

(světlo dopadá na mřížku pod úhlem  $\theta_i$ )

$$a(\sin \theta_i - \sin \theta_m) = m \lambda$$

kolmý dopad

$$a \sin \theta_m = m \lambda$$

úhel, pod kterým vzniká maximum

Kombinace dvou zobrazení

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \quad \Delta = z_1' - z_2$$

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \quad \Delta = F_1' F_2' = d - f_1' + f_2'$$

Geometrická optika

Abbeův invariant

$$n_1 \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{R} \right) = n_2 \left( \frac{1}{s'} - \frac{1}{R} \right)$$

Příčné zvětšení

$$\beta_0 = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 s'}{n_2 s}$$

Gaussov tvar zobr. vce

$$\frac{f}{a} + \frac{f'}{a'} = 1$$

$$a = f + z$$

Newtonovy zobr. vce

$$\beta_0 = \frac{y'}{y} = -\frac{z'}{f'} = -\frac{f}{z} \quad z z' = f f'$$

Zrcadlové plochy ( $n_1 = -n_2$ )

$$f' = f = \frac{R}{2}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{2}{R}$$

příčné:  $\beta_0 = \frac{y'}{y} = -\frac{z'}{f'} = -\frac{f}{z} = \frac{f}{2/a} = \frac{a}{2}$

úhlové:  $\gamma_0 = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{f}{z'} = \frac{f}{2/a} = \frac{a}{2}$

podélné:  $\alpha_0 = \frac{dz'}{dz} = -\frac{z'}{z}$

hlavní roviny  $\beta_0 = 1$

uzlové body  $\gamma_0 = 1$

pohled  $f = -f' \Rightarrow \gamma_0 = \frac{1}{\beta_0} \quad \alpha_0 = \beta_0^2$

Rovnice výrobců čoček

$$\frac{1}{f'} = (n_2 - n_1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

čočka  $f = -f'$

tlustá čočka

$$f' = \frac{n_2 n_1 r_1 r_2}{(n_2 - n_1) [n_2 (r_2 - r_1) + d (n_2 - n_1)]}$$

Optický mřížek <sup>ohyb</sup> <sup>interferenční člen</sup>

$$I(\theta) = I_0 \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left( \frac{\sin(N\alpha)}{\sin(\alpha)} \right)^2$$

$$\beta = \frac{k a \sin \theta}{2}$$

<sup>šířka štěrbin</sup>

$$\alpha = \frac{k d \sin \theta}{2}$$

<sup>vzdálenost mezi štěrbinami</sup>  
<sup>úhel dopadu</sup>

hlavní interferenční maxima

$$\sin(N\alpha) = 0 \wedge \sin \alpha = 0$$

=> mřížková rovnice

$$d \sin \theta = m \lambda$$

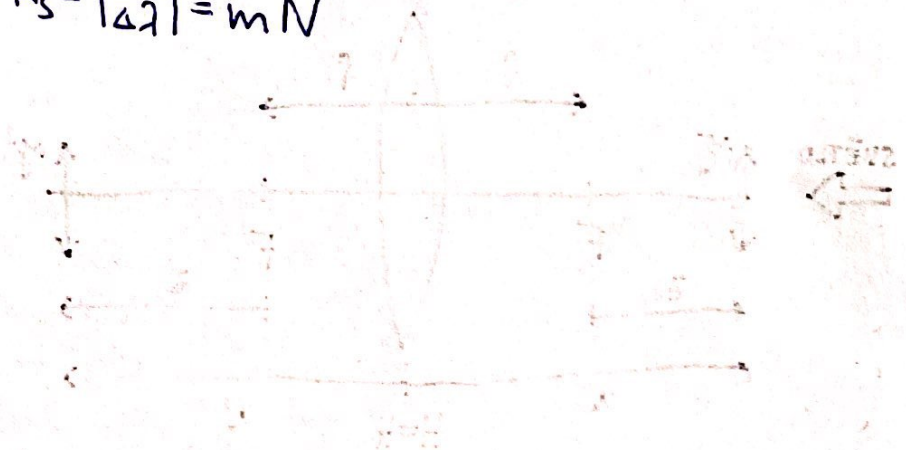
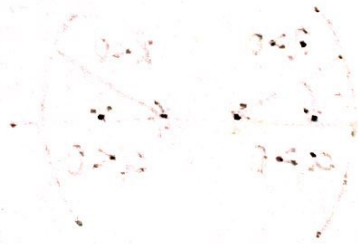
interferenční minima

$$\sin(N\alpha) = 0 \wedge \sin \alpha \neq 0$$

$$d \sin \theta = \left( m + \frac{l}{N} \right) \lambda$$

<sup>1, 2, 3, ..., N-1</sup>  
<sup>počet štěrbin</sup>

rozlišovací schopnost  $R_s = \left| \frac{\lambda}{4\lambda} \right| = mN$



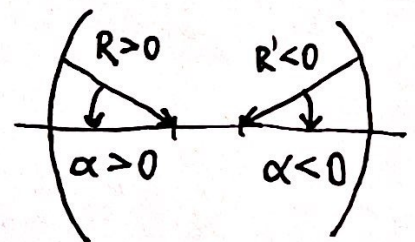
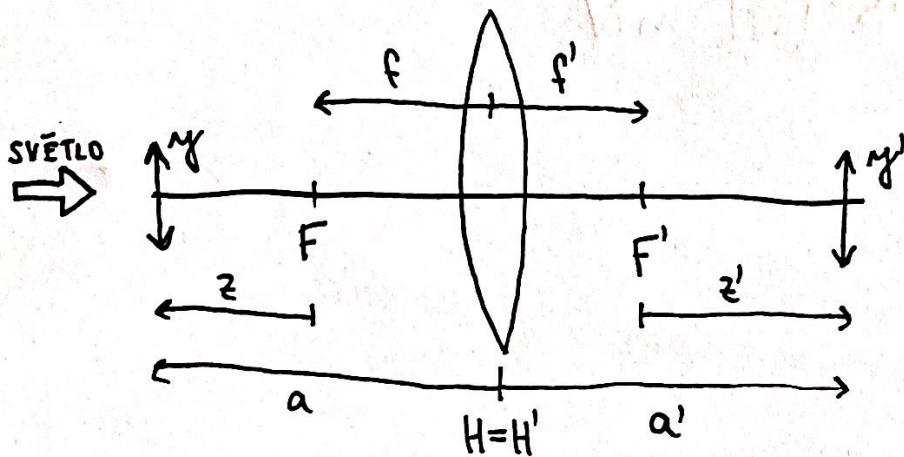
obraz je zvětšený ( $|\frac{m'}{m}| > 1$ ) nebo zmenšený ( $|\frac{m'}{m}| < 1$ )

přímý ( $\frac{m'}{m} > 0$ ) nebo převrácený ( $\frac{m'}{m} < 0$ )

skutečný (u zrcadla  $a' < 0$ ) nebo neskutečný = virtuální  
= zdánlivý = imaginární

duté zrcadlo  $R < 0$  × vypuklé  $R > 0$

Spojné čočky  $\frac{1}{f} < 0$  × rozptylné  $\frac{1}{f} > 0$



čočky

$$f'_1 = -\frac{n_2}{n_1} f_1 \quad \text{ale} \quad f = -f'$$