1.2 Tvrzení Ať R je lokální obor hlavních ideálů. Ať F je podmnožina okruhu R a ať $M = aR$ je maximální ideál R. Pak

$$\ldots \supsetneq a^{-2}R \supsetneq a^{-1}R \supsetneq R = a^0R \supsetneq aR \supsetneq a^2R \supsetneq \ldots$$

jsou právě všechny nehlavní hlavní ideály F. Přitom $\forall i \in \mathbb{Z}$ je $a^iR - a^{i+1}R = a^iR^*$ a pro $\forall b \in F^*$ $\exists!\, i \in \mathbb{Z}$, že $b \in a^iR^*$.

Navíc pro $\forall b \in F^*$ platí právě jedna z možností $b \in R^*$, $b \in M$, $b^{-1} \in M$.

Důkaz. Ať $a^iR = a^{i+1}R$. Pak $a^i = a^{i+1}r$ pro nějaké $r \in R$. Z $M \neq 0$ plyne $a \neq 0$, takže $1 = ar$ a $a \in R^*$, což je spor. Vždy je $a^iR \supseteq a^{i+1}R$, takže vždy $a^iR \supsetneq a^{i+1}R$. Pro $r \in R^*$ je $a^iR = a^irR \supsetneq a^{i+1}R$, takže $a^ir \notin a^{i+1}R$. Proto $a^iR^* \subseteq a^iR - a^{i+1}R$. Je-li $b = a^ir$ a $r \in M = aR$, je $b \in a^{i+1}R$. Proto $a^iR - a^{i+1}R \subseteq a^iR^*$.

Položme $I = \bigcap_{i \geq 1} a^iR$. Pak $aI = \bigcap_{i \geq 1} a^{i+1}R =$