**Zkoušková písemka z NÁHODNÝCH PROCESŮ - 3.6.2008**

1. Definujte autokovarianční, autokorelační a parciální autokorelační funkci stacionárního náhodného procesu.

2. Nechť pro $t \in N$ je $X_t = Y_1 + \cdots + Y_t$, kde $Y_t$ je bílý šum se střední hodnotou 0 a konečným kladným rozptylem.

   (a) Spočítejte autokovarianční funkci posloupnosti $\{X_t, t \in N\}$.

   (b) Je $\{X_t, t \in N\}$ striktně stacionární?

   (c) Je $\{X_t, t \in N\}$ slabě stacionární?

3. Nechť $X_t + aX_{t-1} = Y_t + bY_{t-1}$, $t \in Z$.

   (a) Napiště podmínky kauzality a invertibility.

   (b) Převeďte na kauzální lineární proces, spočítejte autokovarianční funkci a spektrální hustotu posloupnosti $\{X_t, t \in Z\}$.

   (c) Dokažte, že $\{X_t, t \in Z\}$ je ergodická.

   (d) K čemu konverguje $\sqrt{n}\bar{X}_n$? Doplňte předpoklady a zformulujte větu z přednášky.

4. Dokažte, že autokorelační funkce náhodného procesu je pozitivně semidefinitní.