

Verze G

1. Rozhodněte, zda množina

$$S = \{e \mid \varphi_e \text{ je charakteristickou funkcí nějaké rekurzivní množiny}\}$$

je rekurzivní, své rozhodnutí zdůvodněte. (*Zdůvodnění, že to platí díky následujícímu příkladu nestačí, pokud je chcete použít, musíte nejprve ukázat, zda množina Tot je rekurzivní nebo ne.*)

2. Definujme množinu

$$Tot = \{e \mid W_e = \mathbb{N}\},$$

ukážete, že platí $Tot \leq_m S$ a $S \leq_m Tot$.

3. Ukažte, že existuje PRF f , pro kterou platí, že je-li $e \in S$ a je-li φ_e charakteristickou funkcí rekurzivní množiny A , pak $W_{f(e)} = A$. (*Co se děje ve chvíli, kdy do f dosadíme $e \notin S$ nás nezajímá.*)
4. Předpokládejte, že máte černou skříňku, která umí zodpovědět, zda v daném grafu existuje vrcholové pokrytí dané velikosti. Popište algoritmus, který najde v daném grafu vrcholové pokrytí dané velikosti, pokud v něm existuje, tj. vypíše množinu vrcholů pokrývajících všechny hrany. Algoritmus bude polynomiální, pokud bychom brali volání zmíněné černé skříňky jako konstantní.
5. S pomocí některého problému probíraného na přednášce ukažte, že následující problém je NP-úplný:

| SET PACKING |
|---|
| Instance : Množina C konečných množin a přirozené číslo $k \geq 0$ |
| Otázka : Obsahuje C alespoň k po dvou disjunktních množin? |