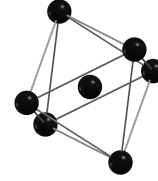


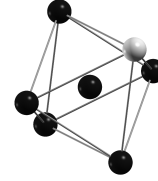
## Domácí úlohy 2

1. Do krystalické látky tvořené atomy typu X byla přimíchána malá příměs ve formě atomů typu Y. Každý atom zkoumané látky má ve svém nejbližším okolí  $n=6$  stejně vzdálených atomů a atomy typu X a Y obsazují polohy v krystalu zcela nahodile (nedochází tedy např. k nějakému shlukování). Experimentální metodou jaderné magnetické rezonance jsme dokázali rozlišit dva signály:

Jeden intenzivní signál (o intenzitě  $I_a$ ), který odpovídá případům, kdy byl atom X obklopen 6 atomy typu X; intenzita  $I_a$  je tedy přímo úměrná počtu situací na obrázku:



a jeden slabý signál (o intenzitě  $I_b$ ) odpovídající případům, kdy je obklopen 5 atomy typu X a jedním atomem příměsi Y (světle obarvený atom); intenzita  $I_b$  je tak přímo úměrná počtu těchto situací.



Poměr intenzity signálu v případech b) vůči intenzitě signálu případů a) je  $I_b/I_a = 0,012$ . Vypočítejte koncentraci příměsi (koncentraci atomů Y v látce).

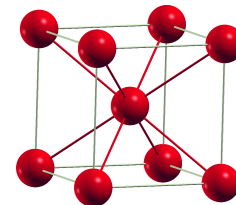
Řešení:

[koncentrace příměsi Y v látce  $c \doteq 0,002$ ]

2. Železo při normálních podmínkách krystalizuje v kubické prostorově centrované soustavě, tzn. každý atom železa má v nejbližším okolí **osm** jiných atomů železa (viz obrázek). Přirozené zastoupení stabilního isotopu  $^{57}\text{Fe}$  je 2,119 %, zbylých 97,881 % připadá na ostatní stabilní isotopy železa (zejména  $^{56}\text{Fe}$  a  $^{54}\text{Fe}$ ). Vypočítejte pravděpodobnost, že daný atom železa (je jedno jakého isotopu) bude mít ve svém nejbližším okolí **alespoň dva** atomy isotopu  $^{57}\text{Fe}$ .

Řešení:

[ $p = 1.16$  %]



3. Vypočítejte střední hodnotu a rozptyl Poissonova rozdělení.

Řešení:

[ $E[k] = \mu, V[k] = \mu$ ]

4. Dokažte, že v limitě  $N \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$  a při zachování  $Np = \nu = \text{konst.}$ , přejde binomické rozdělení v Poissonovo rozdělení.

Pomůcka:  $e^x \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$

5. Geigerův-Müllerův detektor umístěný v blízkosti radioaktivního vzorku cesia (obsahující isotope  $^{137}\text{Cs}$ ) naměřil během jedné hodiny 28800 událostí – rozpadů  $\beta^-$ . Vypočítejte pravděpodobnost, že během jedné sekundy detekuje **právě šest** událostí. Radionuklid  $^{137}\text{Cs}$  má dlouhý poločas rozpadu (cca 30 let) a vzorek obsahuje obrovské množství těchto radioaktivních jader.

Řešení:

[ $p = 12.21$  %]

6. Provádíme opakované hody mincí; vyjádřete pravděpodobnost, že **první orel** padne  $n$ -tým hodem. Spočítejte očekávanou hodnotu a disperzi tohoto (geometrického) rozdělení pravděpodobnosti.

Řešení:

[ $p_n = \frac{1}{2^n}, E[X] = 2, V[X] = 2$ ]