

Jméno:

1	2	3	4	Σ

Zkouška z Kombinatoriky a grafů I — písemná část, 10. 1. 2025

Čas: 90 minut

- Nezapomeňte podepsat všechny papíry, které chcete odevzdat.
- Můžete psát i na papír se zadáním. Papír se zadáním je nutno podepsat a odevzdat, i když jste na něj nic nenapsali.
- Během písemné části zkoušky nemůžete odcházet ze zkouškové místnosti. Můžete ovšem písemnou část ukončit před časovým limitem.
- Nejsou povoleny kalkulačky či jiná elektronika, ani přinesené písemné materiály.
- Všechny odpovědi je nutno zdůvodnit, pokud není řečeno jinak.
- Číselné výsledky (např. typu $\binom{126}{18} \cdot 23! - 17^6$) není nutno dále upravovat a dopočítávat.
- Tvzení z přednášky můžete používat bez důkazů, pokud není uvedeno jinak, nicméně je nutné uvést, které tvrzení používáte.

-
1. Napište definice pojmů ‘vrcholové pokrytí’ a ‘párování’ v grafu $G = (V, E)$. Zformulujte Königovu–Egerváryho větu o párování a vrcholovém pokrytí. Nemusíte tu větu dokazovat. [5 bodů]
 2. Zformulujte a dokažte lemma o uších pro 2-souvislé grafy. Vysvětlete, co je operace ‘přidání ucha’, která se v tomto lemmatu používá. [10 bodů]
 3. Zformulujte v co nejobecnější verzi nekonečnou Ramseyovu větu. Nemusíte tu větu dokazovat. Pokud vaše formulace používá nějaké netriviální pojmy (jako třeba ‘obarvení’ nebo ‘jednobarevná množina’), tak tyto pojmy definujte. Všeobecně známé pojmy (jako ‘funkce’ nebo ‘množina’) definovat nemusíte. [5 bodů]
 4. Zformulujte a dokažte co nejtěsnější horní a dolní odhad na funkci $n!$. (Rozumí se samo sebou, že chceme $n!$ odhadnout pomocí funkcí, které lze vyjádřit vzorečkem bez použití faktoriálu.) [10 bodů]