

### Domácí úlohy 3

1. Vypočítejte střední hodnotu a rozptyl (spojitého) rovnoměrného rozdělení na intervalu (a,b).

Řešení:

$$[E = \frac{a+b}{2}, V = \frac{(b-a)^2}{12}]$$

2. Vypočítejte střední hodnotu a rozptyl normálního rozdělení.

$$(\text{pomocné vztahy: } \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}, \int_{-\infty}^{\infty} t^2 e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \sqrt{2\pi})$$

Řešení:

$$[E = \mu, V = \sigma^2]$$

3. Vypočítejte střední hodnotu a rozptyl exponenciálního rozdělení:  $f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$  pro  $x \geq 0$ ,  $f(x; \lambda) = 0$  pro  $x < 0$

Řešení:

$$[E = \frac{1}{\lambda}, V = \frac{1}{\lambda^2}]$$

4. Spočítejte distribuční funkci  $F(x)$  Cauchyho rozdělení  $f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{w}{w^2 + (x-x_0)^2}$ .

$$\text{Pomůcka: } \int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + \text{konst.}$$

Řešení:

$$[F(x) = \frac{1}{\pi} \arctan \frac{x-x_0}{w} + \frac{1}{2}]$$

5. Spočítejte **medián** Cauchyho rozdělení s parametry  $x_0$  a  $w$ .

Řešení:

$$[x_0]$$

\* 6. Nalezněte funkci  $f(x)$  popisující hustotu pravděpodobnosti výskytu matematického kyvadla v intervalu  $\langle -x_0, x_0 \rangle$  v aproximaci malého rozkmitu.

Řešení:

$$[f[x] = \frac{1}{\pi x_0} \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{x}{x_0})^2}}]$$

7. Náhodné proměnné  $x$  a  $y$  jsou **nezávislé** s očekávanými hodnotami  $\mu_x$  a  $\mu_y$  a rozptyly  $\sigma_x^2$  a  $\sigma_y^2$ . Vypočítejte očekávanou hodnotu veličiny  $(x - y)^2$ .

Řešení:

$$[(\mu_x - \mu_y)^2 + \sigma_x^2 + \sigma_y^2]$$

\* 8. Náhodná proměnná  $x$  má **rovnoměrné** rozdělení na intervalu (0,1), náhodná proměnná  $y$  má **rovnoměrné** rozdělení na intervalu (0,  $x$ ). Vypočítejte koeficient korelace náhodných proměnných  $x, y$ .

Řešení:

$$[r(x, y) = \sqrt{\frac{3}{7}}]$$