

Pojmy a tvrzení požadovaná u zkoušky z MA1

Pojmy. U následujících pojmů byste měli umět zformulovat definici a na jednoduchém příkladu ukázat, že té definici rozumíte:

Základní číselné obory ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, neformální definice $\mathbb{R}$ pomocí číselných rozvojų). Porovnávání mohutnosti množin, spočetná množina. Pojmy definované pro podmnožiny $\mathbb{R}$: horní/dolní mez, (shora/zdola) omezená množina, supremum, infimum, maximum, minimum. Metrika a metrický prostor, trojúhelníková nerovnost. Posloupnosti reálných čísel, jejich omezenost, monotonie, limita posloupnosti, vlastní a nevlastní limita, konvergentní posloupnost. Rozšířená reálná čísla $\mathbb{R}^*$ a operace s nimi. Okolí bodu, včetně okolí nevlastních bodů $\pm\infty$, prstencové okolí, jednostranné prstencové okolí. Podposloupnost, hromadný bod, limes superior a limes inferior. Číselné řady a jejich konvergence, posloupnost částečných součtů. Funkce: jejich definiční obor a obor hodnot, prostá funkce, (shora/zdola) omezená funkce, monotonie funkcí, periodická funkce, inverzní funkce. Exponenciální funkce, Eulerovo číslo, přirozený logaritmus, funkce sin a cos, obecná mocnina x^y pro $x > 0$. Limita funkce, jednostranná limita, vlastní a nevlastní limita. Spojitost a jednostranná spojitost funkce. Interval, netriviální interval, vnitřní a krajní bod. Spojitost funkce na intervalu. Extrémy funkcí: lokální a globální, ostré a neostré. Kompaktní interval. Derivace funkce (vlastní, nevlastní, jednostranná), diferencovatelná funkce. Derivace vyšších řádů. Konvexita/konkávnost funkce, ryzí konvexita/konkávnost. Taylorův polynom a Taylorova řada. Otevřený interval, primitivní funkce. Newtonův integrál, Riemannův integrál, dělení intervalu, horní a dolní Riemannovy sumy, horní a dolní Riemannův integrál. Výpočet objemu a povrchu rotačních těles, výpočet plošného obsahu rovinných oblastí omezených grafem funkce, výpočet délky křivky.

Tvrzení. U následujících tvrzení se očekává, že je budete umět zformulovat. U tvrzení označených hvězdičkou se očekává, že je budete umět i dokázat.

- Množina $\mathbb{Q}$ je spočetná
- *Množina $\mathbb{R}$ je nespočetná
- Vlastnost suprema pro $\mathbb{R}$
- *Odvození existence $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ z vlastnosti suprema
- *Jednoznačnost limity posloupnosti
- *Existence limity monotónní posloupnosti
- Aritmetika limit
- *Věta o limitě a uspořádání
- *Věta o dvou policajtech pro posloupnosti
- *Existence monotónní podposloupnosti
- *Bolzanova–Weierstrassova věta
- Existence $\limsup$ a $\liminf$
- Vlastnosti exponenciální funkce
- *Jednoznačnost limity funkce
- Heineho definice limity funkce
- Aritmetika limit funkcí
- *Souvislost limity funkce a uspořádání
- *Existence jednostranných limit monotónní funkce
- Věta o dvou policajtech pro funkce
- *Věta o limitě složené funkce
- *Bolzanova věta o nulovém bodu spojitě funkce

- *Nabývání obecných mezíhodnot pro spojitě funkce
- *Nabývání extrémů (“princip maxima”) pro spojitě funkce
- *Spojitost diferencovatelné funkce
- *Aritmetika (vlastních) derivací
- Vzorečky pro derivace základních funkcí: $\sin$, $\cos$, $\ln$, $\exp$, x^α
- Věta o derivaci složené funkce
- Věta o derivaci inverzní funkce
- L’Hospitalovo pravidlo
- *Jednostranná derivace jako limita oboustranné derivace
- *Souvislost mezi jednostrannými a oboustrannými derivacemi a lokálními extrémy
- *Rolleova věta
- *Lagrangeova věta o střední hodnotě
- *Souvislost znaménka derivace a monotonie na intervalu
- Souvislost mezi konvexitou, monotonií první derivace a znaménkem druhé derivace
- Charakterizace Taylorova polynomu pomocí limity $\frac{f(x)-T(x)}{(x-A)^n}$
- *(Ne)jednoznačnost primitivní funkce na intervalu
- *Spojitost primitivní funkce
- *Funkce, jejíž jednostranná limita se liší od funkční hodnoty, nemá primitivní funkci
- *Výpočet primitivní funkce a Newtonova integrálu pomocí metody per partes
- *Výpočet primitivní funkce a Newtonova integrálu pomocí substituce
- Newtonovská integrovatelnost pro funkce spojitě na uzavřeném intervalu
- *Odhady částečných součtů řad pomocí integrálu
- *Integrační kritérium konvergence řad
- *Konvergence řad tvaru $\sum_{n \geq 1} n^\alpha$
- *Souvislost mezi zjemněním intervalu a hodnotami Riemannových sum
- *Nerovnost mezi horním a dolním Riemannovým integrálem
- *Neexistence Riemannova integrálu pro neomezené funkce
- *Kritérium riemannovské integrovatelnosti
- *Riemannovská integrovatelnost monotónních funkcí
- Riemannovská integrovatelnost spojitých funkcí
- První a druhá “základní věta analýzy”
- Existence primitivní funkce pro spojitě funkce na otevřeném intervalu

Kromě výše uvedených tvrzení a pojmů se u zkoušky můžete setkat i s počítacími nebo teoretickými příklady.