Jméno:

1	2	3	4	$\sum$

Zkouška z Kombinatoriky a grafů I — písemná část, 15. 1. 2025

Čas: 90 minut

- *Nezapomeňte podepsat všechny papíry, které chcete odevzdat.*
- *Můžete psát i na papír se zadáním. Papír se zadáním je nutno podepsat a odevzdat, i když jste na něj nic nenapsali.*
- *Během písemné části zkoušky nemůžete odcházet ze zkouškové místnosti. Můžete ovšem písemnou část ukončit před časovým limitem.*
- *Nejsou povoleny kalkulačky, hodinky či jiná elektronika, ani přinesené písemné materiály.*
- *Všechny odpovědi je nutno zdůvodnit, pokud není řečeno jinak.*
- *Číselné výsledky (např. typu $\binom{126}{18} \cdot 23! - 17^6$) není nutno dále upravovat a dopočítávat.*
- *Tvrzení z přednášky můžete používat bez důkazů, pokud není uvedeno jinak, nicméně je nutné uvést, které tvrzení používáte.*

---

1. Napište definice pojmů ‘generující matice’ a ‘kontrolní matice’ lineárního kódu. Nechť C je lineární kód, jehož generující matice vypadá následovně:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

   Kolik slov obsahuje kód C? [5 bodů]

2. Zformulujte a dokažte Ramseyovu větu ve verzi, která mluví o klikách a nezávislých množinách v konečných grafech. [10 bodů]

3. Definujte, co je vrcholová souvislost a hranová souvislost grafu, a napište, co to znamená, že graf je vrcholově resp. hranově k-souvislý. Najděte graf, který je hranově 10-souvislý, ale není vrcholově 2-souvislý (nezapomeňte zdůvodnit, že váš graf opravdu má tyto vlastnosti). [5 bodů]

4. Definujte pojmy ‘vrcholové pokrytí’ a ‘párování’ v grafu G. Zformulujte a dokažte Kőnigovu–Egerváryho větu týkající se těchto pojmů. [10 bodů]