

Jméno:

1	2	3	4	Σ

Zkouška z Kombinatoriky a grafů I — písemná část, 22. 1. 2025

Čas: 90 minut

- Nezapomeňte podepsat všechny papíry, které chcete odevzdat.
- Můžete psát i na papír se zadáním. Papír se zadáním je nutno podepsat a odevzdat, i když jste na něj nic nenapsali.
- Během písemné části zkoušky nemůžete odcházet ze zkouškové místnosti. Můžete ovšem písemnou část ukončit před časovým limitem.
- Nejsou povoleny kalkulačky, hodinky či jiná elektronika, ani přinesené písemné materiály.
- Všechny odpovědi je nutno zdůvodnit, pokud není řečeno jinak.
- Číselné výsledky (např. typu $\binom{126}{18} \cdot 23! - 17^6$) není nutno dále upravovat a dopočítávat.
- Tvzení z přednášky můžete používat bez důkazů, pokud není uvedeno jinak, nicméně je nutné uvést, které tvrzení používáte.

-
1. Zformulujte a dokažte horní odhad na počet hran v grafu na n vrcholech, který neobsahuje kružnici na čtyřech vrcholech jako podgraf. [10 bodů]
 2. V tomto příkladu uvažujeme kódy nad abecedou $\mathbb{Z}_2 = \{0, 1\}$. Definujte, co je to (n, k, d) -kód a co znamená, že kód je *lineární*. Najděte nějaký příklad lineárního $(9, 2, 4)$ -kódu, který obsahuje kódové slovo (011100111) . [5 bodů]
 3. Zformulujte a dokažte Ramseyovu větu ve verzi týkající se klik a nezávislých množin v (konečných) grafech. [10 bodů]
 4. Na obrázku níže je toková síť se zdrojem z a spotřebičem s . Tučně vyznačené hrany (tedy hrany za, zd, ac, bs, ce a ef) mají kapacitu 2, ostatní hrany mají kapacitu 1. Čísla u hran popisují tok F (tedy $F(za) = 2, F(ab) = F(ac) = F(cs) = F(bd) = F(df) = F(fs) = 1$ a na všech ostatních hranách má F hodnotu 0). Jaká je velikost toku F ? Rozhodněte, zda je tok F maximální. Pokud ano, najděte v síti řez s kapacitou stejnou jako je velikost toku F , pokud ne, najděte pro tok F nějakou zlepšující cestu. [5 bodů]

