

Rozebrání par

vet/http://ktiml.mff.cuni.cz/~gregor/logika2019/zktest3.pdf dukazu/veci co se kousi -
WIP

[VaPL - "ktere dukazy se zkousi" - rozebrani - Dokumenty Google](#)

Speciální znaky: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$

Věci u kterých si nejsme jisti - označeny barvou

9.1. 2020 (1zk 2019/20) - [http://ktiml.mff.cuni.cz/~gregor/logika2019/zktest1.pdf](#)

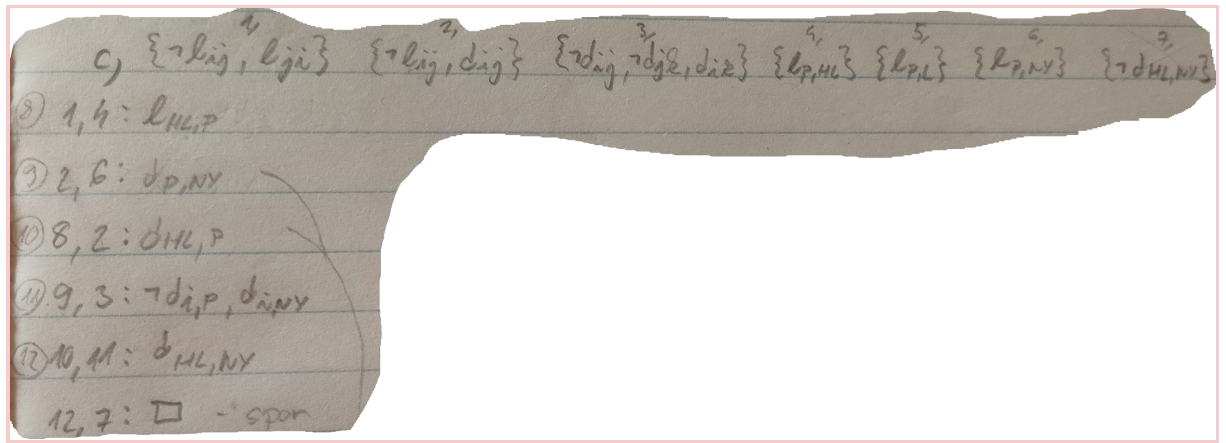
1) Lety mezi Londýnem a Prahou

2)

a) $T_1 = \{l_{i,j} \rightarrow l_{j,i}\}$; $T_2 = \{l_{i,j} \rightarrow d_{i,j}\}$; $T_3 = \{(d_{i,j} \wedge d_{j,z}) \rightarrow d_{i,z}\}$; $T_4 = \{l_{P,HL} \wedge l_{P,L} \wedge l_{P,NY}\}$

b) CNF: $(\neg l_{i,j} \vee l_{j,i}) \wedge (\neg l_{i,j} \vee d_{i,j}) \wedge (\neg d_{i,j} \vee \neg d_{j,z} \vee d_{i,z}) \wedge l_{P,HL} \wedge l_{P,L} \wedge l_{P,NY}$

c) Udělení rezoluce:



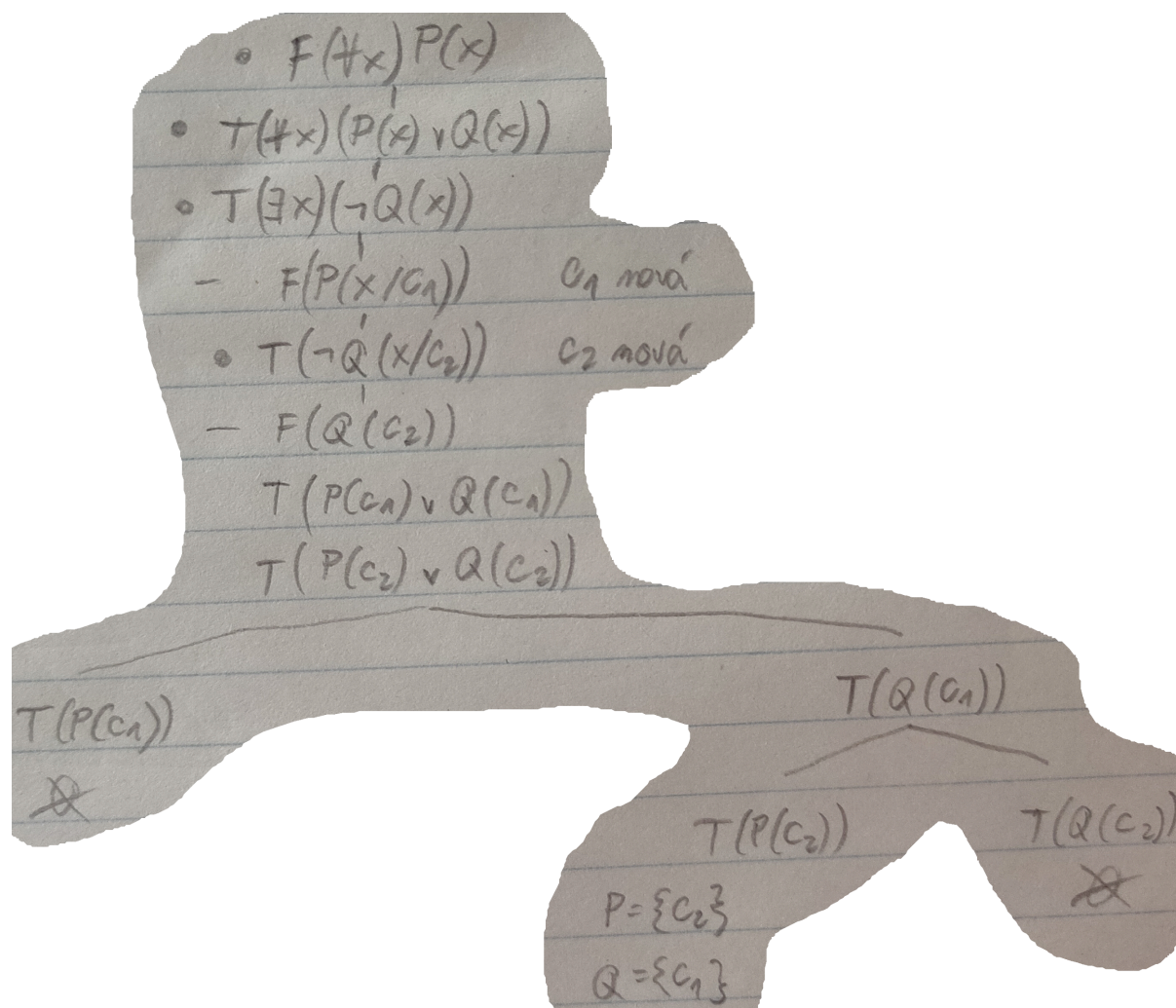
Ne, protože v rezoluci používáme 1 výraz 2x (?)

d) počet nevíme - rozšíření o $\{l_{i,j}\} \cup \{d_{i,j}\}$ - tímto vlastně řekneme že všechny prvovýroky budou muset mít ohodnocení 1 - tím pádem zaručíme pouze 1 model. (z ostatními axiomy se toto nevylučuje)

-počet je m ; kde m je počet modelov, m získaš z tabla, do ktorého nahádžeš T(fi) pre všetky fi z T. Všetky ohodnotenia, ktoré výjdu z tabla, budú modely. Už ich stačí len spočítat :D Vraj tak by to malo byť. - VPL 03 (slide 9)

3) Necht' $T = \{(\forall x)(P(x) \vee Q(x)), (\exists x)(\neg Q(x))\}$ je teorie jazyka $L = \langle P, Q \rangle$ bez rovnosti, kde P, Q jsou unární relační symboly, a označíme ϕ sentenci $(\forall x)P(x)$.

a) Tablo:



b) $U = \{c_1, c_2\}$

$P = \{c_2\}$

$Q = \{c_1\}$

c) Nezávislá (nejspíš) - ano, platí v nějakém modelu a neplatí v jiném

d) ??????? (tip NE)

3. $\forall \exists$

a) Skolemizace

$\varphi_1: (\exists x)(\forall z)(f(z) \leq x * g(z)) \dots\dots\dots (\forall z)(f(z) \leq h_1 * g(z))$

$\varphi_2: (\forall x)(\exists y)(\forall z)(y \leq z \rightarrow f(z) \leq x * g(z)) \dots\dots (\forall x)(\forall z)(h(x) \leq z \rightarrow f(z) \leq x * g(z))$

b) ??

Speciální znaky: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

22.1.2020 (3.zk 19/20) -

1) Jan má 2 přátele...

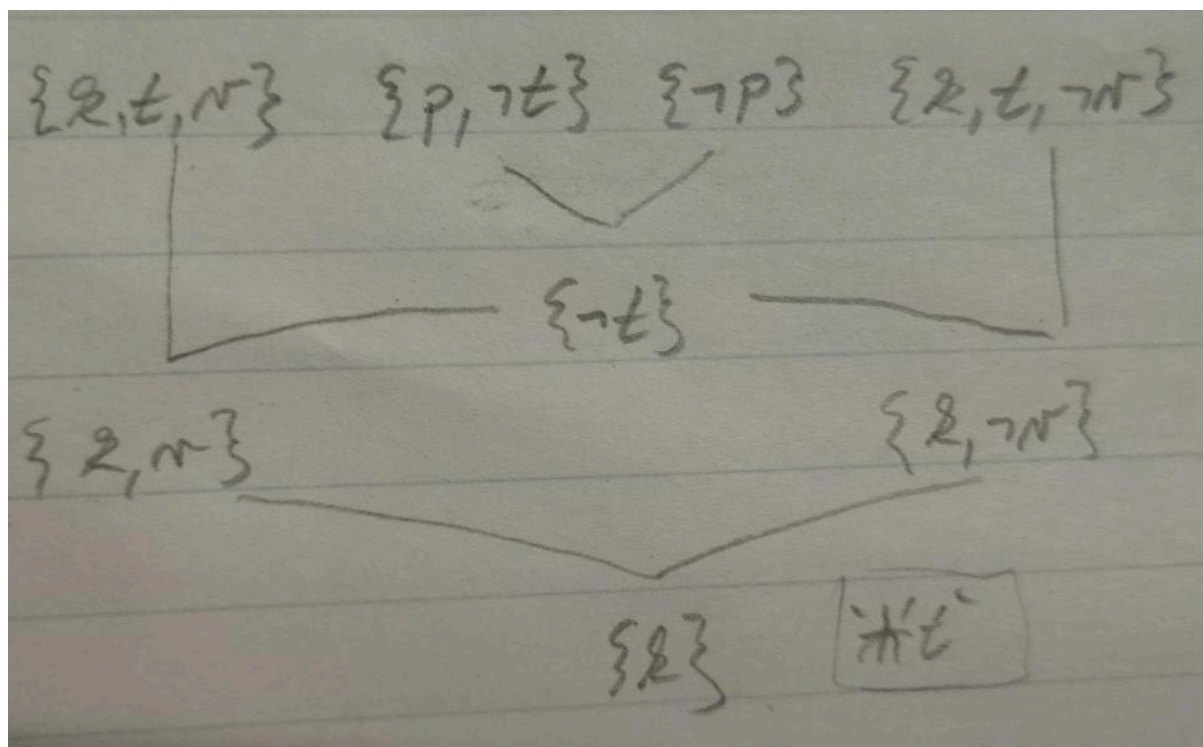
a) $T_1: k \vee t \vee v$

$$T_2: \neg p \rightarrow \neg t$$

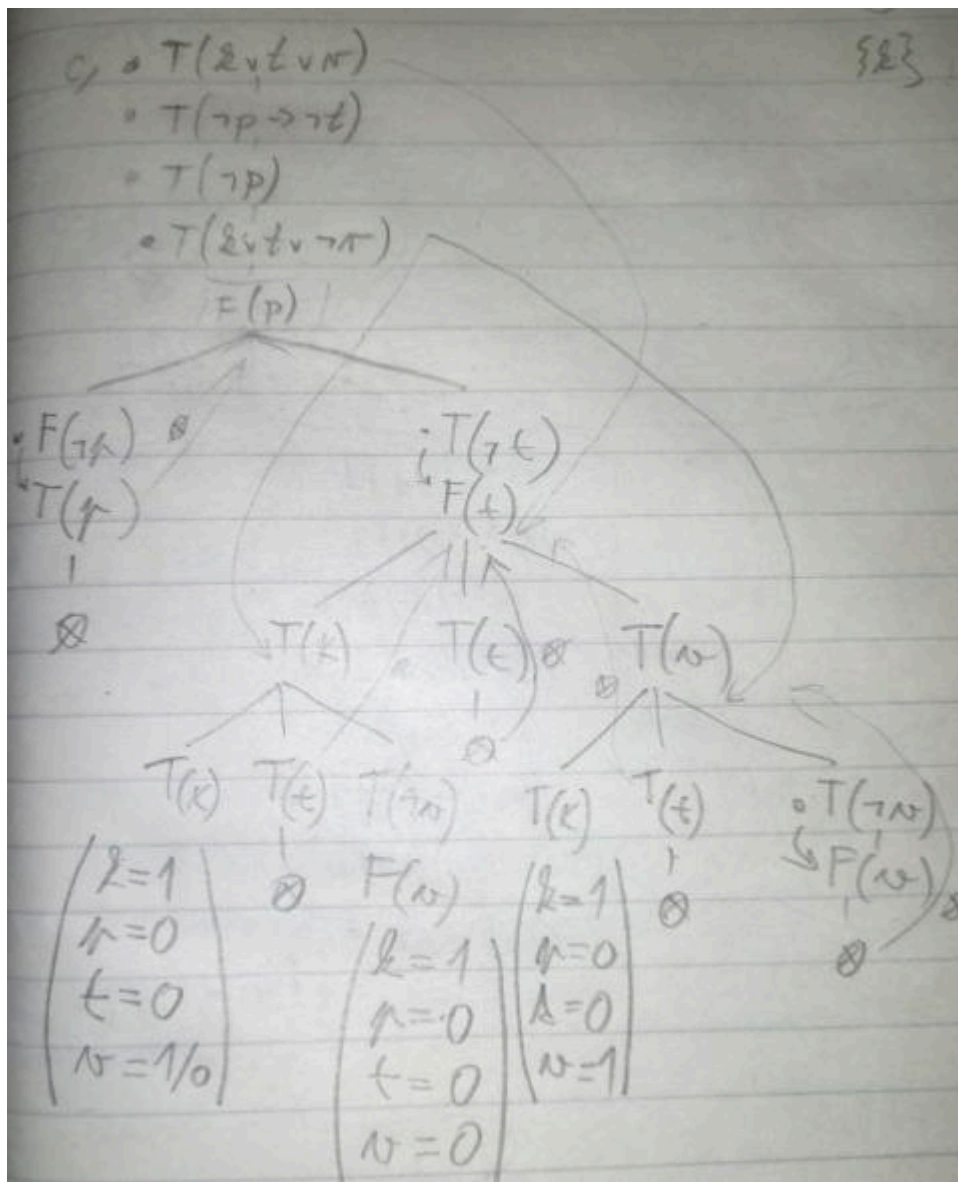
$$F_1: \neg p$$

$$F_2: k \vee t \vee \neg v$$

b) Rezoluce:



c) Tablo metodou získáme možné modely:



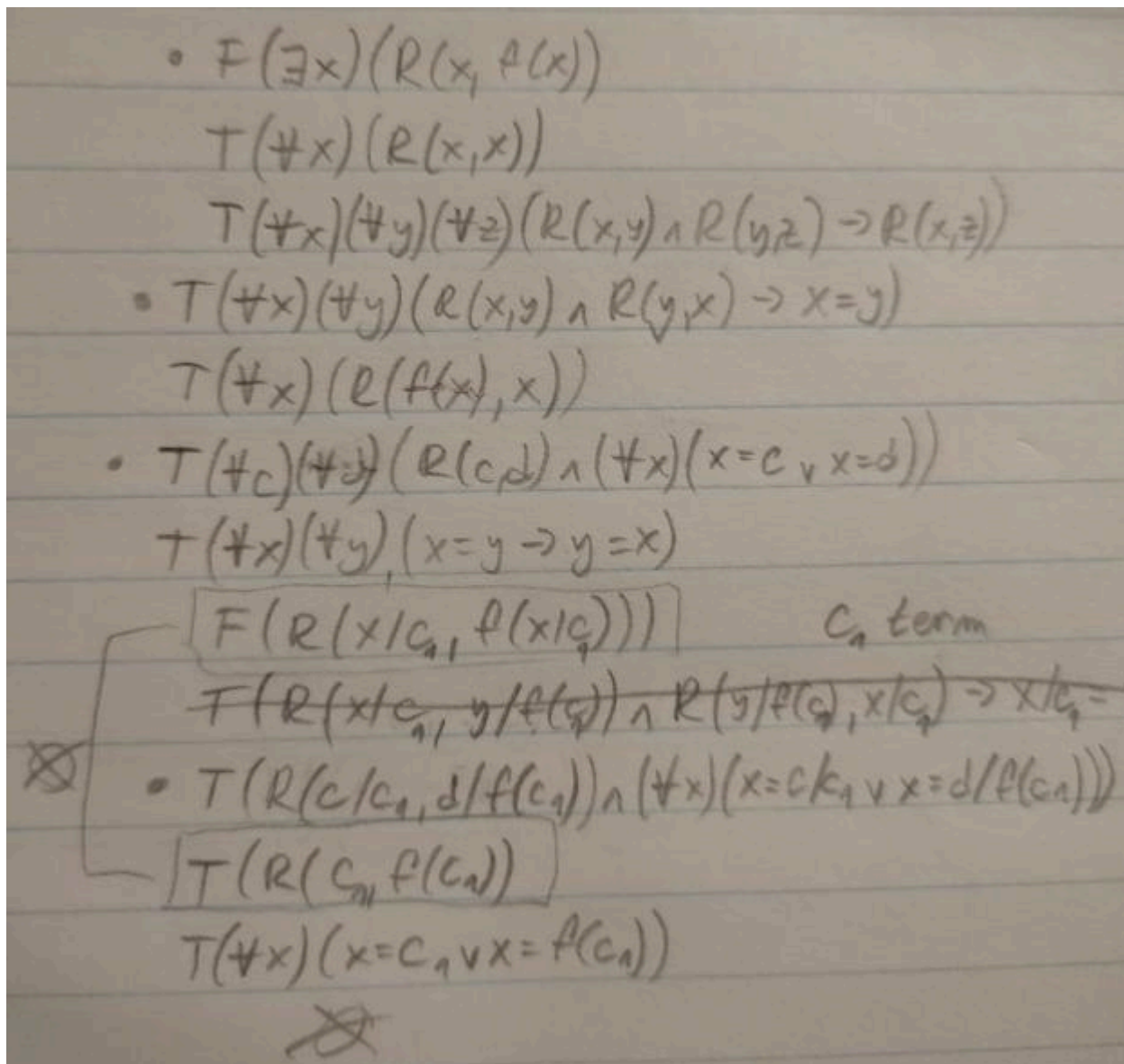
CNF: $k \wedge \neg p \wedge \neg t \wedge (v \vee \neg v)$

DNF: $(k \wedge \neg p \wedge \neg t \wedge v) \vee (k \wedge \neg p \wedge \neg t \wedge \neg v)$

d) $2^{\wedge((2^{\wedge}n) - m)} = 2^{\wedge((2^{\wedge}4) - 2)} = 2^{\wedge 14}$

2) Teorie v jazyce

a) Tablo (snad správně)



b) $R :=$ operace větší rovno, $f :=$ plus jedna

c) ??? 2^m , kde m je počet modelu???

d) tip (ano)

spis ne, ne? :D vsak to neni extenze uz jen kvuli tomu, ze ten jazyk L' je podmnozinou jazyka L (druha podminka ale asi splnena je..ohledne dusledku teorii)

3) Necht' T je...

a) provedu skolemizaci

- i) nejprve svážu volné proměnná
 - ii) potom dám všechny kvantifikátory před formuli
 - iii) potom nahradím existence novou fcí s počtem parametrů (+ takovými) jako je počet kvantifikátorů před existinčítkem
- ekvisplnitelnost je potom toto bez kvantifikátorů

b) ??????!

7/1/2021 -

14/1/2021 - <http://ktiml.mff.cuni.cz/~gregor/logika/zktest2.pdf>

21/1/2021 - <http://ktiml.mff.cuni.cz/~gregor/logika/zktest3.pdf>

9/6/2021 - <http://ktiml.mff.cuni.cz/~gregor/logika/zktest10.pdf>

(bohužel budu muset obrázky, LaTeX se sem přímo z wordu převést nedá :sadge:)

Zkouška VPL - písemná část

9. června 2021

1. Které z následujících odpovědí jsou správné odpovědi na *tuto* otázku?

- 1) *Všechny následující.*
- 2) *Žádná z následujících.*
- 3) *Všechny předchozí.*
- 4) *Aspoň jedna z předchozích.*
- 5) *Žádná z předchozích.*

(a) Vyjádřete tyto možnosti jako výroky $\varphi_1, \dots, \varphi_5$ **ve tvaru ekvivalence** nad množinou $\mathbb{P} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, kde prvovýrok i znamená, že "*odpověď i*) je *správná*." (2b)

$$\varphi_1 = p_1 \Leftrightarrow (p_2 \wedge p_3 \wedge p_4 \wedge p_5)$$

$$\varphi_2 = p_2 \Leftrightarrow (\neg p_3 \wedge \neg p_4 \wedge \neg p_5)$$

$$\varphi_3 = p_3 \Leftrightarrow (p_1 \wedge p_2)$$

$$\varphi_4 = p_4 \Leftrightarrow (p_1 \vee p_2 \vee p_3)$$

$$\varphi_5 = p_5 \Leftrightarrow (\neg p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3 \wedge \neg p_4)$$

(b) Převed'te uvedené výroky do CNF a napište teorii $T = \{\varphi_1, \dots, \varphi_5\}$ v množinové reprezentaci. (2b)

CNF:

- 1: $(\neg Q \vee \neg R \vee \neg S \vee \neg T \vee P) \wedge (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \wedge (\neg P \vee S) \wedge (\neg P \vee T)$
- 2: $(R \vee S \vee T \vee Q) \wedge (\neg Q \vee \neg R) \wedge (\neg Q \vee \neg S) \wedge (\neg Q \vee \neg T)$
- 3: $(\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg R \vee P) \wedge (\neg R \vee Q)$
- 4: $(\neg P \vee S) \wedge (\neg Q \vee S) \wedge (\neg R \vee S) \wedge (\neg S \vee P \vee Q \vee R)$
- 5: $(P \vee Q \vee R \vee S \vee T) \wedge (\neg T \vee \neg P) \wedge (\neg T \vee \neg Q) \wedge (\neg T \vee \neg R) \wedge (\neg T \vee \neg S)$

množinová reprezentace:

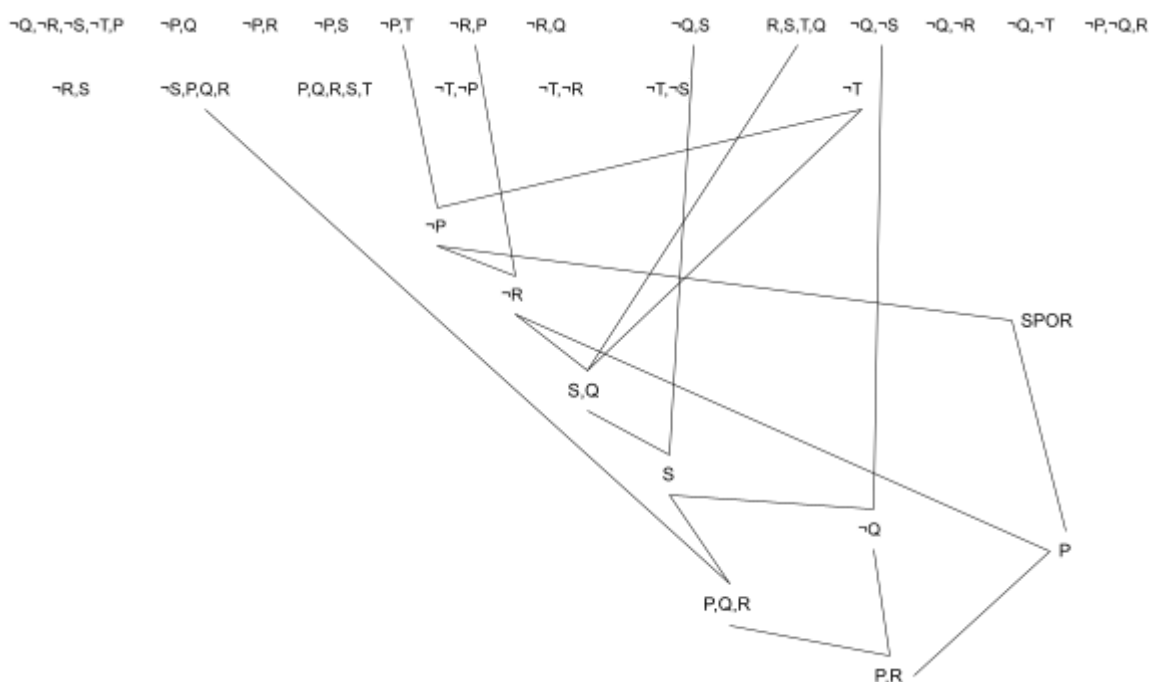
$T = \{\{\neg Q, \neg R, \neg S, \neg T, P\}, \{\neg P, Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg P, T\}, \{R, S, T, Q\}, \{\neg Q, \neg R\}, \{\neg Q, \neg S\}, \{\neg Q, \neg T\}, \{\neg P, \neg Q, R\}, \{\neg R, P\}, \{\neg R, Q\}, \{\neg P, S\}, \{\neg Q, S\}, \{\neg R, S\}, \{\neg S, P, Q, R\}, \{P, Q, R, S, T\}, \{\neg T, \neg P\}, \{\neg T, \neg R\}, \{\neg T, \neg S\}\}$

(c) Rezolucí dokažte, že $T \models 5$. Rezoluční důkaz znázorněte rezolučním stromem. (3b)

-protože dokazuji $T \models 5$, přidám do množinové reprezentace navíc $\neg T$ a hledám spor

rozšířená množinová reprezentace:

$T = \{\{\neg Q, \neg R, \neg S, \neg T, P\}, \{\neg P, Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg P, S\}, \{\neg P, T\}, \{R, S, T, Q\}, \{\neg Q, \neg R\}, \{\neg Q, \neg S\}, \{\neg Q, \neg T\}, \{\neg P, \neg Q, R\}, \{\neg R, P\}, \{\neg R, Q\}, \{\neg P, S\}, \{\neg Q, S\}, \{\neg R, S\}, \{\neg S, P, Q, R\}, \{P, Q, R, S, T\}, \{\neg T, \neg P\}, \{\neg T, \neg R\}, \{\neg T, \neg S\}, \{\neg T\}\}$



(d) Je teorie T nad $\mathbb{P}$ kompletní? Odpověď zdůvodněte. (1b)

Tablo metoda? Pokud nenajdeme spor, a jen 1 vtev tak v pohode.

Nasli jsme spor tudiz neni bezesporna -> neni kompletni

(e) Uvažme nyní případ, že v seznamu možných odpovědí je navíc:

6) *Žádná z předchozích.*

Označme T' příslušnou teorii nad $\mathbb{P}' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, kterou dostaneme stejným postupem jako teorii T z původního seznamu možných odpovědí. Je T' extenzí teorie T ? Pokud ano, jde o konzervativní extenzi? Uveďte zdůvodnění. (Axiomy T' nemusíte vypisovat.) (2b)

Rekl bych, ze je to extenze - protoze $\mathbf{P}'$ je nadmnozina $\mathbf{P}$ + je to konzervativni extenze protoze mnozina vseh vyroku pravdivych v $\mathbf{T}$ je stejná jako mnozina vseh vyroku pravdivych v $\mathbf{T}'$

2. Necht' $T = \{(\exists x)P(x, x), (\forall x)(\exists y)R(x, y), (\forall u)(\forall v)(\exists x)(\forall y)(R(x, y) \rightarrow \neg P(u, v))\}$ je teorie jazyka $L = \langle P, R \rangle$ bez rovnosti, kde P, R jsou binární relační symboly.

(a) Skolemizací nalezněte k T ekvisplnitelnou teorii T' (nad vhodně rozšířeným jazykem) axiomatizovanou pouze univerzálními sentencemi. (2b)

lkd jak funguje skolemizace...

Ale z toho co ctu ve slidech asi takto?:

$\mathbf{T}' = \{P(f_1, f_1); (\forall x)R(x, f_2(x)); (\forall u)(\forall v)(\forall y)(R(f_3(u, v), y) \rightarrow \neg P(u, v))\}$

(b) Tablo metodou dokažte, že T' je nesplnitelná. (3b)

1/7/2021: (rewrite dnes večer, zatím takto)

Zkouška VPL - písemná část

1. července 2021

1. Necht' $T = \{\neg p \rightarrow q, \neg q \rightarrow \neg r, \neg p \rightarrow r, \neg r, s \rightarrow \neg q\}$ je teorie nad $\mathbb{P} = \{p, q, r, s\}$.

(a) Pomocí implikačního grafu ukažte, že T je splnitelná. (2b)

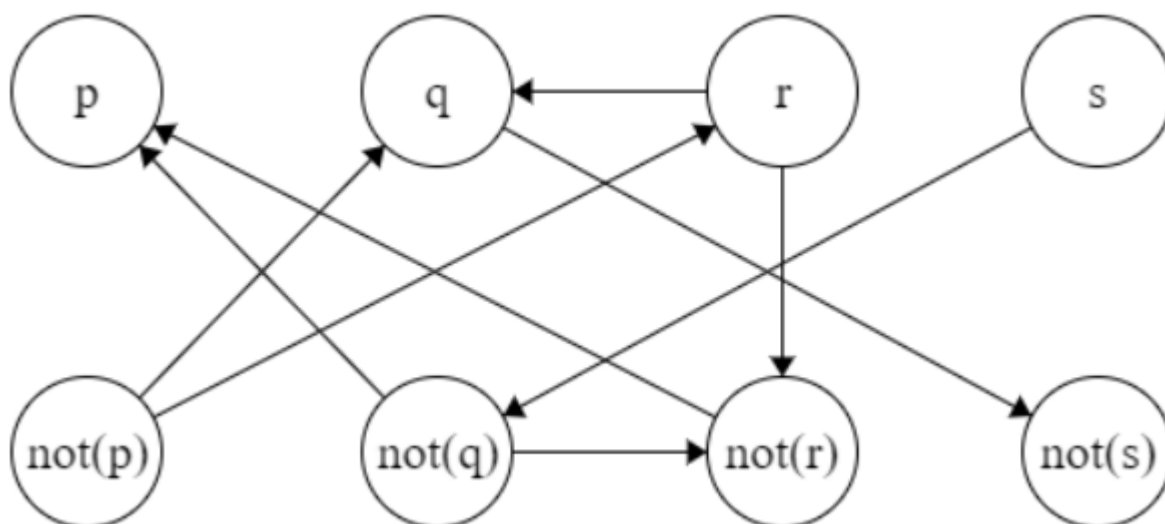
převedená pravidla do CNF:

$\{p \vee q, q \vee \neg r, p \vee r, \neg s \vee \neg q, \neg r\}$

Implikační graf

Implikační graf výroku φ v 2-CNF je orientovaný graf G_φ , v němž

- vrcholy jsou proměnné výroku φ nebo jejich negace,
- klauzuli $l_1 \vee l_2$ výroku φ reprezentujeme dvojicí hran $\overline{l_1} \rightarrow l_2, \overline{l_2} \rightarrow l_1$,
- klauzuli l_1 výroku φ reprezentujeme hranou $\overline{l_1} \rightarrow l_1$.



(b) Tablo metodou naleznete všechny modely teorie T . (3b)

(c) Axiomatizujte $M^{\mathbb{P}}(T)$ výrokem v CNF a také výrokem v DNF. (2b)

DNF: (jednoduše z modelů z tabla)

$(p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s) \vee (p \wedge \neg q \wedge r \wedge \neg s) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge s)$

CNF: (popis modelů z tabla)

$(p) \wedge (\neg r) \wedge (\neg q \vee \neg s)$

(d) Zjistěte, kolik je navzájem

(i) neekvivalentních výroků nad $\mathbb{P}$, které jsou nezávislé v T ,

(ii) T -neekvivalentních výroků nad $\mathbb{P}$, které jsou nezávislé v T .

Uveďte zdůvodnění. (2b)

(i) je $2^{16} - 2^{13} - 2^{13}$

důvod: máme 4 prvovýroky $\rightarrow 2^4=16$ možných ohodnocení

když vezmu nějaký výrok, tak má jedno z těchto ohodnocení

takže těch možností, jak může množina modelů vypadat, je 2^{16} .

ale chceme jen ty nezávislé v teorii T (není pravdivý ani lživý).

pravdivý by byl, kdyby měl za modely všechny modely T , což vylučuje modely, které obsahují nadmnožiny T , z tabla vyšly 3 modely, $16-3=13$, takže je 2^{13} možností pravdivých

lživý podobně, nesmí mít ani jeden z těch 3 ohodnocení, zbývá 13 a z nich libovolnou podmnožinu, opět 2^{13} možností

(ii) je $2^3 - 1 - 1$

důvod: T -neekvivalentní znamená, že když vezmu modely, tak na těch 3 se musí lišit.

takže jich je jen 2^3 .

Zase, nechci pravdivé ani lživé. Pravdivé jsou takové, které mají všechny tři, to je jediná možnost. Lživé je ani jeden, zase jen 1.

2. Uvažme diplomacii, o které víme:

(i) *Být spojenci i být nepřáteli jsou symetrické relace.*

(ii) Spojenci nemohou být nepřáteli a naopak.

(iii) Nepřítel nepřítele je spojenec.

Ukažte rezolucí, že pak:

(iv) Žádné tři (ne nutně různé) státy nejsou navzájem nepřátelé.

Konkrétně:

(a) Tvrzení (i) až (iv) vyjádřete sentencemi φ_1 až φ_4 jazyka $L = \langle S, N \rangle$ bez rovnosti, kde S, N jsou binární relační symboly a $S(x, y)$, $N(x, y)$ značí, že " x je spojenec y " resp. " x je nepřítel y ". (2b)

- (b) Pomocí skolemizace předchozích formulí nebo jejich negací nalezněte otevřenou teorii T (případně ve větším jazyce), která je nespílitelná, právě když $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\} \models \varphi_4$. Převeďte T do množinové reprezentace. (2b)
 - (c) Rezolucí dokažte, že T není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. (3b)
 - (d) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů teorie T , která je nespílitelná. (2b).
 - (e) Je $T \vdash_{LI} \Box$? Uveďte zdůvodnění. (2b)
3. Necht' $T = \{\varphi\}$ je teorie jazyka $L = \langle P, R \rangle$ s rovností, kde P, R jsou unární relační symboly s axiomem φ vyjadřujícím, že " $P(x) \vee R(x)$ platí pro právě 3 prvky x ."
- (a) Nalezněte dvě neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie T nebo zdůvodněte, proč neexistují. (2b)

Například "při prvky, všechny $P(x)$ " nebo "tři prvky, všechny $R(x)$ "

- (b) Je teorie T otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. (2b)

Není, ze struktury vezmu 1-prvkovou podstrukturu. Ta určitě není modelem

1/7/2021: <http://ktiml.mff.cuni.cz/~gregor/logika/zktest1.pdf>