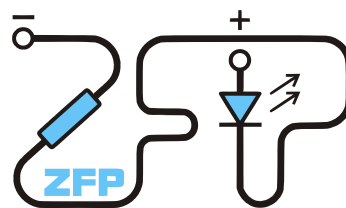


Kabinet výuky obecné fyziky, MFF UK

Fyzikální praktikum II



Úloha č. IX

Název úlohy: Charakteristiky termistoru

Jméno: Michaela Šídová

Datum měření: 9. 11. 2023

Připomínky opravujícího:

Výborně! Oceňuji nalezení chyby a podrobné zpracování (včetně obr.4). Protokol i s chybou mohl být stručnější. Já bych asi při zpracování nevolila tento knižní styl, ale uznávám, že napínavá detektivka mi osvěžila práci při opravování protokolů.

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Teoretická část	0–2	2
Výsledky a zpracování měření	0–9	9
Diskuse výsledků	0–4	4
Závěr	0–1	1
Použitá literatura	0–1	1
Celkem	max. 17	17

Posuzoval: HK

dne: 23.11.23

Pracovní úkoly

1. Změřte statickou charakteristiku termistoru pro proudy do 25 mA a graficky ji znázorněte. Záznam měření počítačem vytiskněte.
2. Změřte teplotní závislost odporu termistoru v teplotním intervalu přibližně 210 až 310 K, graficky znázorněte a vytiskněte.
3. Graficky znázorněte závislost logaritmu odporu R termistoru na $1/T$ a vyhodnoťte velikost materiálových veličin R_∞ a B a aktivační energie U .
4. Stanovte teplotu termistoru v maximu statické charakteristiky.

Teorie

Závislost odporu termistoru na teplotě lze vyjádřit vztahem ^[1]

$$R = R_\infty \exp\left(\frac{B}{T}\right). \quad (1)$$

R_∞ závisí na materiálu a velikosti termistoru ^[1], B je veličina odrážející teplotní citlivost termistoru. Pro polovodiče, v nichž s teplotou vzrůstá vodivost díky vzrůstající koncentraci nositelů náboje, se dá B vyjádřit jako

$$B = \frac{\Delta U}{2k}, \quad (2)$$

kde k je Boltzmannova konstanta a ΔU je energie potřebná k excitaci elektronu příměsi do vodivostního pásu. V této úloze budeme počítat aktivační energii vztaženou k látkovému množství, kterou dostaneme jako

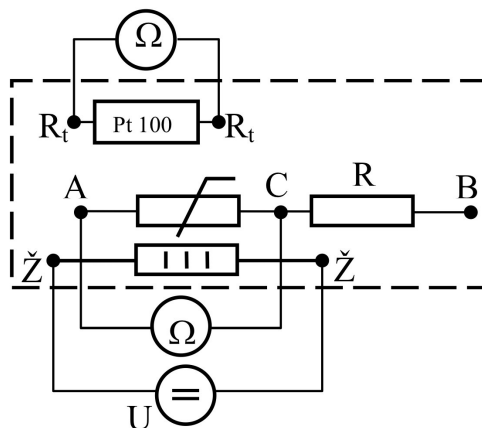
$$U = 2kN_A B, \quad (3)$$

kde N_A je Avogadrova konstanta.

Odpor platinového teploměru závisí na teplotě lineárně. Teplotu (ve °C) z odporu R_t teploměru získáme jako ^[1]

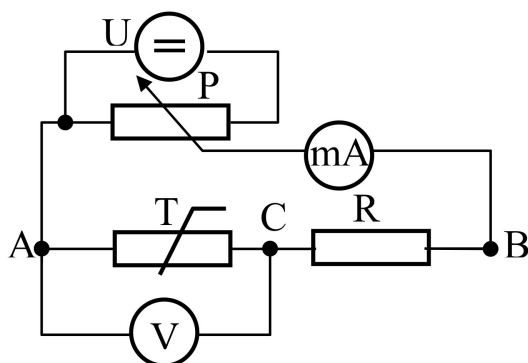
$$t = \frac{R_t - R_0}{\alpha R_0}. \quad (4)$$

Pro použitý teploměr je $R_0 = 100 \Omega$ a $\alpha = 3,85 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ^[1]. Schéma zapojení obvodu pro měření teplotní závislosti je na obrázku 1.



Obrázek 1: Schéma zapojení pro měření teplotní závislosti odporu. ^[1]

Statickou charakteristikou termistoru se rozumí voltampérová charakteristika za konstantní vnější teploty. Průchodem větších proudů se však termistor zahřívá, čímž se jeho odpor mění, a proto závislost není lineární. Schéma obvodu pro měření statické charakteristiky je na obrázku 2.



Obrázek 2: Schéma zapojení při měření voltampérové charakteristiky termistoru. [1]

Výsledky měření

Chyby měření

Celková střední nejistota měření veličiny X bude v následujícím textu značena $\sigma(X)$.

Pro výpočet nejistoty nepřímých měření je užíváno Gaussova vzorce. Jsou-li x_1, x_2, \dots, x_n nezávislé veličiny, nejistota veličiny $f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ se dá určit podle vztahu [2]

$$\sigma(f) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \sigma^2(x_i)}. \quad (5)$$

Podmínky v laboratoři, termistor a použité přístroje: místo činu

Na začátku měření byla v praktiku naměřena teplota $(22,0 \pm 0,4)^\circ\text{C}$. Nejistota je přístrojová.

V celé úloze jsme pracovali s termistorem T3.

Napětí, proud a odpor byly měřeny pomocí dvou digitálních multimetrů METEX MXD-4660A, jejichž udávaná přesnost je uvedena v tabulce 1.

Tabulka 1: Technické parametry digitálního multimetru METEX MXD-4660A pro rozsahy relevantní pro úlohu. Přesnost je uvedena jako procenta z měřené hodnoty + počet digitů. Převzato z [3].

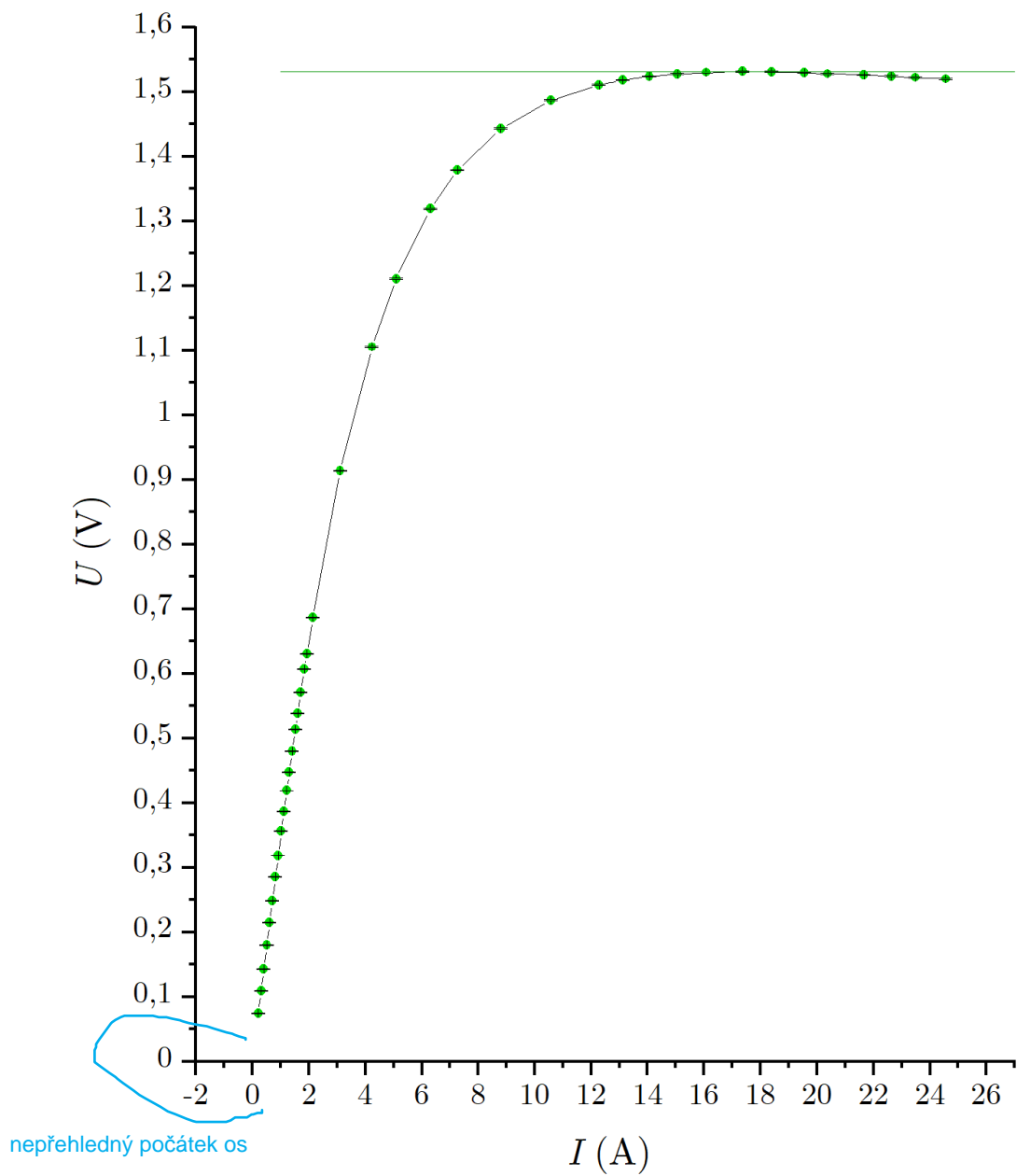
	rozsah	rozlišení	přesnost
stejnoseměrný proud	2 mA	0,0001 mA	0,3 % + 3
	20 mA	0,001 mA	0,3 % + 3
	200 mA	0,01 mA	0,3 % + 3
stejnoseměrné napětí	2 V	0,0001 V	0,05 % + 3
odpor	200 Ω	0,01 Ω	0,20 % + 5
	20 k Ω	0,001 k Ω	0,15 % + 3
	200 k Ω	0,01 k Ω	0,15 % + 3

Statická charakteristika: ticho před bouří

V první části úlohy byla proměřena voltampérová charakteristika termistoru za pokojové teploty. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2 a vyneseny v grafu 1. Uváděné nejistoty jsou nejistotami přístrojovými a byly spočteny podle údajů v tabulce 1.

Tabulka 2: Statická charakteristika termistoru.

I (mA)	$\sigma(I)$ (mA)	U (V)	$\sigma(U)$ (V)
0,2097	0,0009	0,0747	0,0003
0,308	0,001	0,1095	0,0004
0,402	0,002	0,1429	0,0004
0,509	0,002	0,1804	0,0004
0,607	0,002	0,2146	0,0004
0,705	0,002	0,2487	0,0004
0,812	0,003	0,2852	0,0004
0,911	0,003	0,3187	0,0005
1,024	0,003	0,3562	0,0005
1,117	0,004	0,3871	0,0005
1,216	0,004	0,4189	0,0005
1,306	0,004	0,4475	0,0005
1,409	0,005	0,4797	0,0005
1,521	0,005	0,5138	0,0006
1,602	0,005	0,5382	0,0006
1,713	0,005	0,5707	0,0006
1,841	0,006	0,6072	0,0006
1,926	0,006	0,6310	0,0006
2,136	0,009	0,6867	0,0006
3,11	0,01	0,9139	0,0008
4,24	0,02	1,1054	0,0009
5,10	0,02	1,2109	0,0009
6,31	0,02	1,3192	0,0010
7,27	0,02	1,3792	0,0010
8,80	0,03	1,443	0,001
10,57	0,03	1,487	0,001
12,29	0,04	1,511	0,001
13,11	0,04	1,518	0,001
14,06	0,05	1,524	0,001
15,05	0,05	1,528	0,001
16,07	0,05	1,530	0,001
17,37	0,06	1,531	0,001
18,39	0,06	1,531	0,001
19,56	0,06	1,530	0,001
20,38	0,09	1,528	0,001
21,67	0,10	1,526	0,001
22,63	0,10	1,524	0,001
23,5	0,1	1,522	0,001
24,6	0,1	1,520	0,001



Graf 1: Statická charakteristika termistoru. Vodorovná linka odpovídá $U = 1,531$ V a slouží ke zviditelnění klesání v oblasti nejvyšších měřených proudů. Spojnice bodů je pouze vizuální, nereprezentuje žádnou proloženou závislost.

Teplotní závislost: první stíny

Nejdříve jsme si poznamenali odpor teploměru a termistoru za pokojové teploty. Nejistoty byly dopočteny podle údajů v tabulce 1.

$$R_{t_p} = (108,9 \pm 0,3) \Omega \quad R_p = (0,69 \pm 0,03) \text{ k}\Omega$$

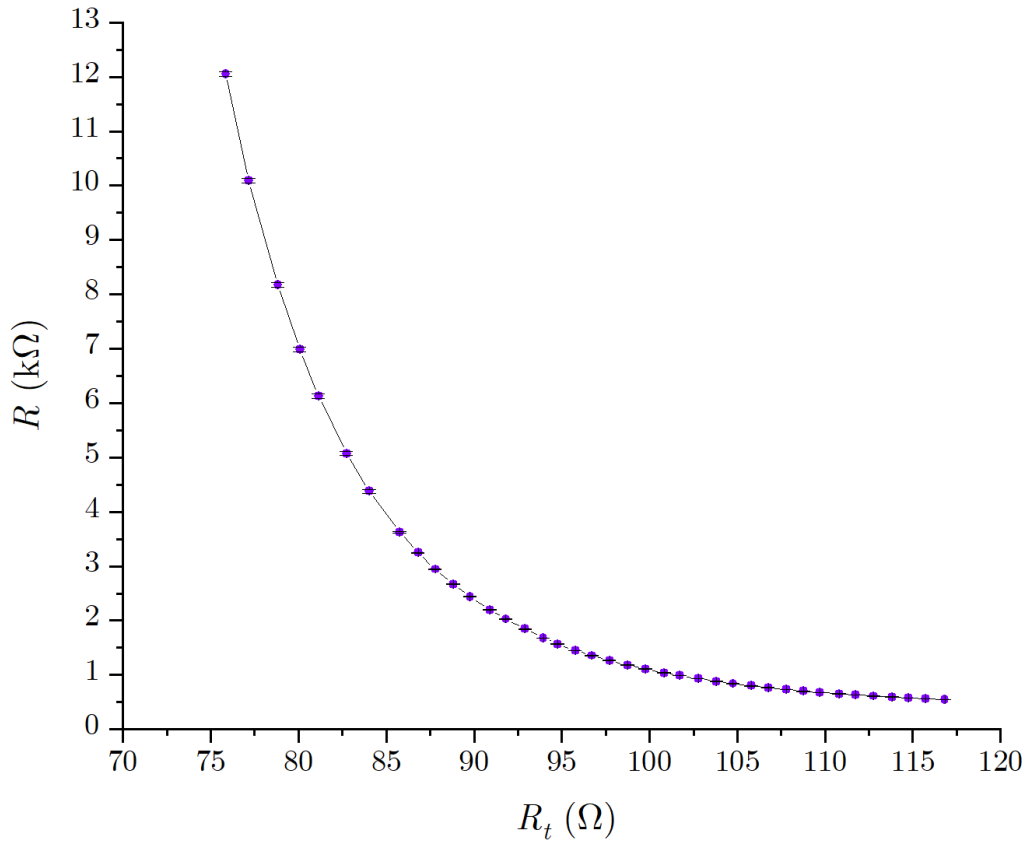
Poté byl termistor ochlazen kapalným dusíkem a v průběhu následného postupného ohřívání byly zaznamenávány hodnoty odporu termistoru a hodnoty odporu platinového teploměru. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 3 a vyneseny v grafu 2.

Teplota byla z odporu platinového teploměru dopočítána podle (4). Její nejistota byla určena dle vzorce

$$\sigma(t) = \frac{1}{\alpha R_0} \sigma(R_t). \quad (6)$$

Pro další použití byla teplota t převedena ze stupňů Celsia do kelvinů.

$$T = t + 273,15 \quad \sigma(T) = \sigma(t) \quad (7)$$



Graf 2: Závislost odporu termistoru na odporu platinového teploměru (tedy přeneseně na teplotě). Spojnice bodů je pouze vizuální a nereprezentuje žádnou proloženou závislost.

Dopočtené $\ln(R)$ a $1/T$ jsou též uvedeny v tabulce 3 a jejich nejistoty byly spočteny jako

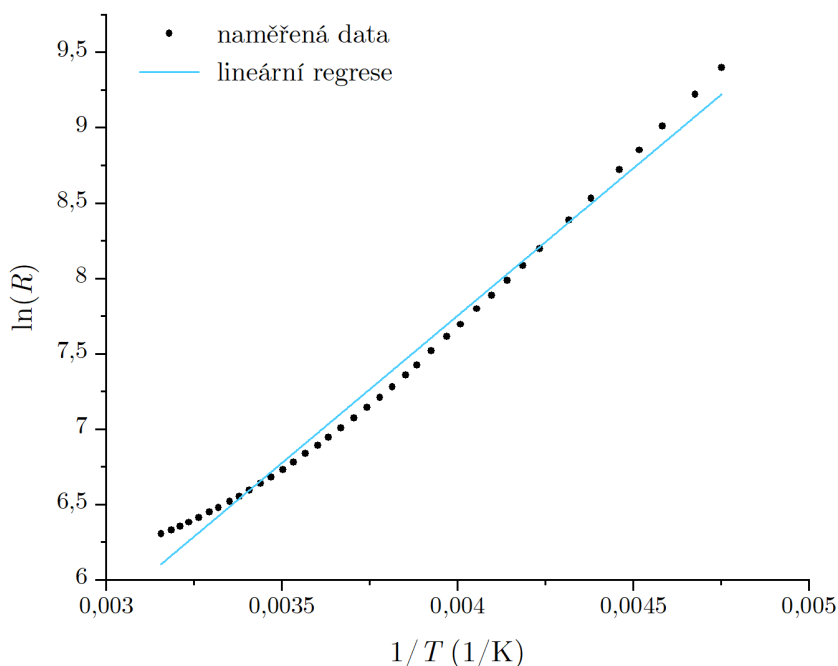
$$\sigma\left(\frac{1}{T}\right) = \frac{1}{T^2} \sigma(T), \quad \sigma(\ln R) = \frac{1}{R} \sigma(R). \quad (8)$$

Závislost $\ln(R) \sim \frac{1}{T}$ je vynesena v grafu 3. Teorie předpovídá, že by tato závislost měla být lineární, neboť zlogaritmováním (1) dostaneme

$$\ln R = \ln R_\infty + \frac{B}{T}. \quad (9)$$

Tabulka 3: Naměřená závislost odporu termistoru na teplotě a související dopočtené veličiny.

R_t (Ω)	R (k Ω)	t ($^{\circ}\text{C}$)	T (K)	$\sigma(t) = \sigma(T)$	$1/T$ (10^{-4} 1/K)	$\ln(R)$
75,9 ± 0,2	12,05 ± 0,05	-62,7	210,4	0,5	47,5 ± 0,1	9,397 ± 0,004
77,2 ± 0,2	10,09 ± 0,05	-59,3	213,9	0,5	46,8 ± 0,1	9,219 ± 0,004
78,8 ± 0,2	8,17 ± 0,04	-55,0	218,2	0,5	45,8 ± 0,1	9,008 ± 0,005
80,1 ± 0,2	6,98 ± 0,04	-51,7	221,4	0,5	45,2 ± 0,1	8,851 ± 0,006
81,1 ± 0,2	6,13 ± 0,04	-49,0	224,2	0,6	44,6 ± 0,1	8,721 ± 0,006
82,7 ± 0,2	5,07 ± 0,04	-44,8	228,3	0,6	43,8 ± 0,1	8,531 ± 0,007
84,0 ± 0,2	4,38 ± 0,04	-41,5	231,7	0,6	43,2 ± 0,1	8,385 ± 0,008
85,8 ± 0,2	3,623 ± 0,008	-37,0	236,2	0,6	42,3 ± 0,1	8,195 ± 0,002
86,8 ± 0,2	3,247 ± 0,008	-34,2	238,9	0,6	41,9 ± 0,1	8,085 ± 0,002
87,8 ± 0,2	2,943 ± 0,007	-31,7	241,5	0,6	41,4 ± 0,1	7,987 ± 0,003
88,8 ± 0,2	2,667 ± 0,007	-29,0	244,1	0,6	40,96 ± 0,10	7,889 ± 0,003
89,8 ± 0,2	2,436 ± 0,007	-26,5	246,6	0,6	40,55 ± 0,10	7,798 ± 0,003
90,9 ± 0,2	2,198 ± 0,006	-23,6	249,5	0,6	40,08 ± 0,10	7,695 ± 0,003
91,8 ± 0,2	2,028 ± 0,006	-21,2	251,9	0,6	39,70 ± 0,10	7,615 ± 0,003
92,9 ± 0,2	1,845 ± 0,006	-18,4	254,8	0,6	39,25 ± 0,09	7,520 ± 0,003
94,0 ± 0,2	1,676 ± 0,006	-15,7	257,4	0,6	38,84 ± 0,09	7,424 ± 0,003
94,8 ± 0,2	1,569 ± 0,005	-13,6	259,6	0,6	38,53 ± 0,09	7,358 ± 0,003
95,8 ± 0,2	1,450 ± 0,005	-11,0	262,2	0,6	38,14 ± 0,09	7,279 ± 0,004
96,7 ± 0,2	1,355 ± 0,005	-8,5	264,6	0,6	37,79 ± 0,09	7,212 ± 0,004
97,7 ± 0,2	1,266 ± 0,005	-5,9	267,2	0,6	37,42 ± 0,09	7,144 ± 0,004
98,8 ± 0,2	1,180 ± 0,005	-3,2	269,9	0,6	37,05 ± 0,09	7,073 ± 0,004
99,8 ± 0,2	1,106 ± 0,005	-0,6	272,6	0,6	36,69 ± 0,09	7,009 ± 0,004
100,8 ± 0,3	1,038 ± 0,005	2,2	275,3	0,7	36,32 ± 0,09	6,945 ± 0,004
101,7 ± 0,3	0,986 ± 0,004	4,5	277,6	0,7	36,02 ± 0,09	6,894 ± 0,005
102,8 ± 0,3	0,932 ± 0,004	7,2	280,3	0,7	35,67 ± 0,08	6,837 ± 0,005
103,8 ± 0,3	0,879 ± 0,004	9,9	283,1	0,7	35,33 ± 0,08	6,779 ± 0,005
104,8 ± 0,3	0,838 ± 0,004	12,4	285,5	0,7	35,02 ± 0,08	6,731 ± 0,005
105,8 ± 0,3	0,798 ± 0,004	15,1	288,2	0,7	34,69 ± 0,08	6,682 ± 0,005
106,8 ± 0,3	0,765 ± 0,004	17,6	290,7	0,7	34,40 ± 0,08	6,640 ± 0,005
107,8 ± 0,3	0,730 ± 0,004	20,3	293,4	0,7	34,08 ± 0,08	6,593 ± 0,006
108,8 ± 0,3	0,701 ± 0,004	22,8	296,0	0,7	33,79 ± 0,08	6,553 ± 0,006
109,7 ± 0,3	0,678 ± 0,004	25,2	298,4	0,7	33,52 ± 0,08	6,519 ± 0,006
110,8 ± 0,3	0,652 ± 0,004	28,1	301,3	0,7	33,19 ± 0,08	6,480 ± 0,006
111,7 ± 0,3	0,632 ± 0,004	30,5	303,6	0,7	32,93 ± 0,08	6,449 ± 0,006
112,8 ± 0,3	0,611 ± 0,004	33,2	306,3	0,7	32,64 ± 0,08	6,415 ± 0,006
113,8 ± 0,3	0,591 ± 0,004	35,9	309,0	0,7	32,36 ± 0,08	6,382 ± 0,007
114,8 ± 0,3	0,576 ± 0,004	38,3	311,5	0,7	32,11 ± 0,07	6,356 ± 0,007
115,7 ± 0,3	0,562 ± 0,004	40,8	314,0	0,7	31,85 ± 0,07	6,332 ± 0,007
116,8 ± 0,3	0,547 ± 0,004	43,7	316,8	0,7	31,56 ± 0,07	6,304 ± 0,007



Graf 3: Závislost $\ln(R) \sim \frac{1}{T}$ a proložená lineární regrese.

Pouhým pohledem na zmiňovaný graf 3 však zjistíme, že naměřená závislost lineární *není*. Mohly být termodynamické poměry v Dewarově nádobě tak nerovnovážné, že by měly na výsledek až tak velký dopad? Takovou eventualitu si lze pro školní úlohu, která má být reprodukovatelná a kterou navíc již generace studentů úspěšně naměřily, jen těžko představit. *A když vyloučíme všechno nemožné, pak to, co zůstane, ať je to cokoli a jakkoli nepravděpodobné, musí být pravda* [4]. Byl tedy spáchán ~~zločin~~ omyl!

Teplotní závislost: stopy

Při zkoumavém pohledu na graf 3 se musí usoudit, že data sice nesledují závislost lineární, ale nějakou závislost zřejmě ano. Po jistém čase stráveném přemýšlením, konzultacemi s kolegy a vyhledáváním informací byla zjištěna závažná skutečnost:

Naměřený průběh by krásně odpovídal konstantnímu odporu zařazenému do série s termistorem.

Tedy funkci

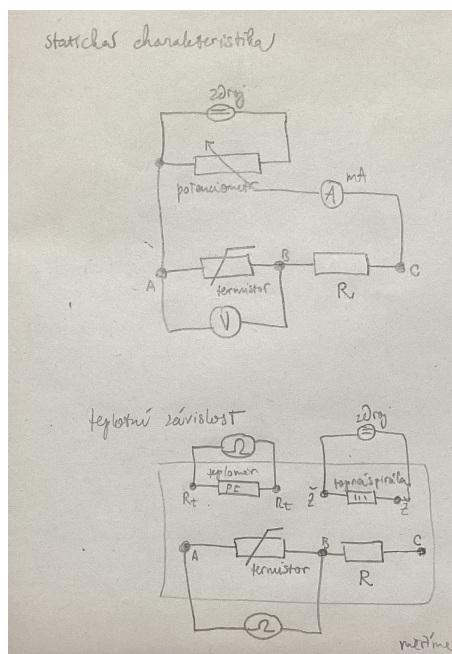
$$\ln R = \ln \left(R_{\infty} \exp \left(\frac{B}{T} \right) + R_r \right). \quad (10)$$

Jenomže kde by se tam takový odpor mohl vzít? Hlavní podezřelý je nasnadě:

ochranný odpor termistoru

Jako svědek byla nejdříve ze všeho předvolána experimentátorova paměť. Po dlouhém zpytování svědomí však experimentátor vinu kategoricky odmítl; je si jist, že dva červené kabely připojující paralelně voltmetr, který byl později přepnut na ohmmetr, zapojil do zdírek A a B, přesně podle schématu. Pamatoval si, že v písmenkách na vývodech byl trochu zmatek, přesněji řečeno byly v mírně jiném pořadí, než by očekával kdokoli, kdo zná abecedu, ale právě proto si na to při zapojování dal zvláštní pozor.

Zdalo se, že vyšetřování v tuto chvíli uvízlo poněkud na mrtvém bodě; k dalšímu progresu vlastně došlo spíše náhodou, když vyšetřovatelovo šťastlivé oko zahlédlo onen klíčový detail. Vzápětí byla předvolána osoba připravující experimentátorovi podklady pro měření. Tento hříšník tváří v tvář důkazům nemohl svou vinu popřít. Důkazový materiál je uveden na obrázku číslo 3 a porovnáním s obrázkem 1 a 2 z něj zcela jasně vyplývá, že tento člověk nebyl ke zpréházenému pořadí písmen tak všímavý jako experimentátor a zkrátka je do svého schématu opsal v abecedním pořadí, přestože v původním materiálu byly v pořadí A C B. Experimentátor připojil podle zmýleného schématu ohmmetr do zdírek A a B, ve skutečnosti – kterou ukazuje obrázek 2 – tím však měřil odpor série termistoru i s ochranným odporem.



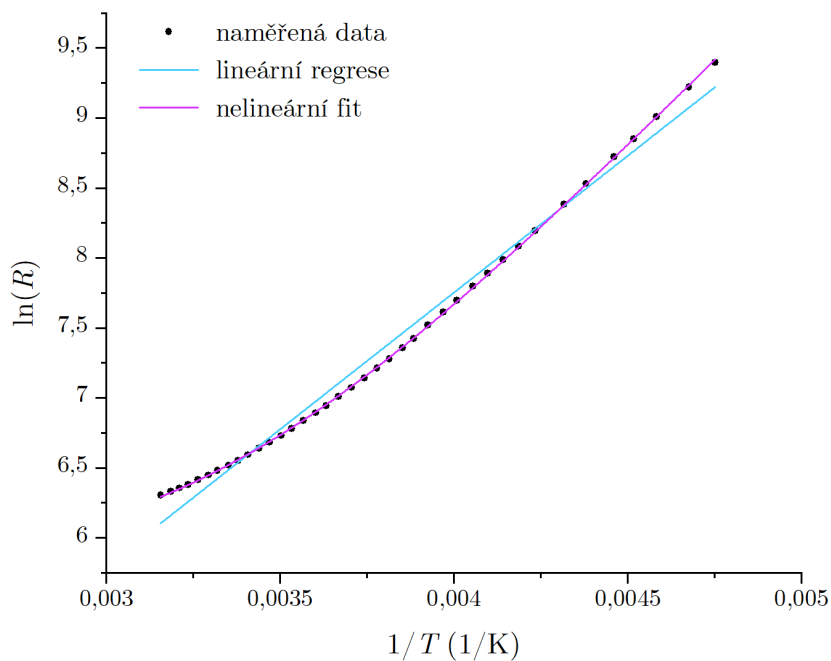
Obrázek 3: Důkazní materiál usvědčující osobu připravující podklady pro měření.

Teplotní závislost: rozhřešení

Víme už, že naměřená data se nechovají podle očekávané lineární závislosti proto, že ve skutečnosti sledují rovnici (10). Ve světle tohoto zjištění byl daty v programu Origin proložen nelineární fit tohoto tvaru, který je uveden v grafu 4 a z něj jsme získali následující parametry

$$B = (2506 \pm 9) \text{ K}^{-1}, \quad R_{\infty} = (0,081 \pm 0,003) \Omega, \quad R_r = (321 \pm 4) \Omega.$$

Uvedené nejistoty jsou nejistotami fitu.



Graf 4: Závislost $\ln(R) \sim \frac{1}{T}$ a proložený nelineární fit (pro srovnání je uvedena i lineární regrese).

Aktivační energie byla z teplotní citlivosti dopočtena podle vzorce (3) a její nejistota jako

$$\sigma(U) = 2kN_A \sigma(B). \quad (11)$$

Byla použita hodnota $kN_A = R_M = 8,314\,472 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ [5]. Číselně vyšlo

$$U = (41\,700 \pm 100) \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Statická charakteristika: trvalé škody? (nikoliv!)

V maximu statické charakteristiky bylo naměřeno napětí $U_m = (1,5312 \pm 0,0008) \text{ V}$ a proud $I_m = (17,88 \pm 0,04) \text{ mA}$ (jako maximum jsme vzali průměr dvou nejvyšších hodnot z tabulky 2), z čehož dostáváme z Ohmova zákona odpor

$$R_m = (85,7 \pm 0,2) \Omega$$

Nejistota byla určena jako

$$\sigma(R_m) = \sqrt{\left(\frac{1}{I_m} \sigma(U_m)\right)^2 + \left(-\frac{U_m}{I_m^2} \sigma(I_m)\right)^2}, \quad (12)$$

kde

$$\sigma(U_m) = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2(U_1) + \sigma^2(U_2)}, \quad \text{resp.} \quad \sigma(I_m) = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2(I_1) + \sigma^2(I_2)}, \quad (13)$$

kde U_1, U_2 , resp. I_1, I_2 jsou průměrované hodnoty.

Jak vyplývá z (1), teplotu dostaneme jako

$$T = \frac{B}{\ln(R_m/R_\infty)} \quad (14)$$

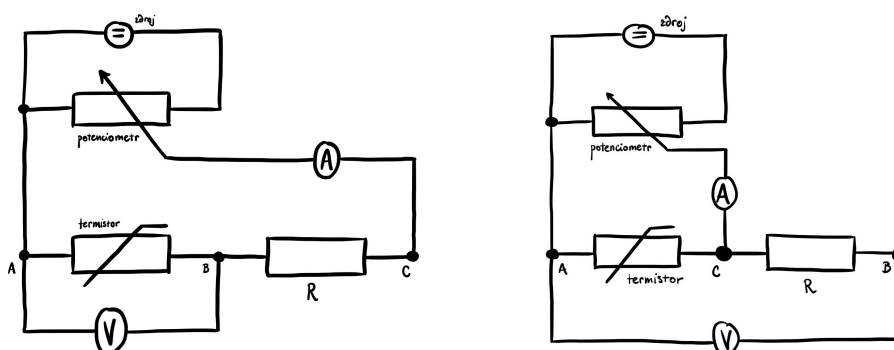
a její nejistotu dle

$$\sigma(T) = \sqrt{\left(\frac{1}{\ln(R_m/R_\infty)} \sigma(B)\right)^2 + \left(-\frac{B}{R_m \ln^2(R_m/R_\infty)} \sigma(R_m)\right)^2 + \left(\frac{B}{R_\infty \ln^2(R_m/R_\infty)} \sigma(R_\infty)\right)^2}. \quad (15)$$

Číselně dostaneme

$$T_m = (360 \pm 2) \text{ K} = (86 \pm 2) ^\circ\text{C}.$$

To se nám na první podívání* zdálo celkem hodně, proto jsme o problému přemýšleli znovu v kontextu svých (špatně) naměřených dat. Podíváme-li se pozorně na výpověď experimentátora, zjistíme, že zpřeházené zdířky měl pochopitelně i pro měření v první části úlohy. Nabízela by se nějaká korekce zjištěným odporem R_r , jenže ten je skoro čtyřikrát vyšší než odpor zjištěný z maxima statické charakteristiky. Jednoduché $R_m = R_{\text{term}} + R_r$ tedy nemůže platit, pokud nechceme připustit záporné odpory. Po důkladnějším rozmyšlení docházíme k tomu, že situace je složitější. Experimentátor, chtěl zapojit obvod uvedený na obrázku 4 vlevo, ve skutečnosti zapojil obvod na obrázku 4 vpravo.



Obrázek 4: Vlevo schéma obvodu zamýšleného experimentátorem (totožné se schématem na obr. 3). Vpravo schéma obvodu neúmyslně zapojeného experimentátorem.

Proud a napětí změřené v našem skutečně zapojeném obvodu (na obrázku 4 vpravo) se vůbec nevztahují ke stejnému prvku; měřit tímto způsobem napětí je dosti nešikovné. Naměřená závislost napětí na proudu (vynesená v grafu 1) ale přesto docela odpovídá očekávané voltampérové charakteristice termistoru.

Provedeme tedy pár dalších úvah (všechny se budou vztahovat k obvodu na obrázku 4 vpravo). Ampérmetr měří proud I . Tento se v uzlu C rozděluje na I_1 tekoucí termistorem a I_2 tekoucí ochranným rezistorem a voltmetrem. Tj.

$$I = I_1 + I_2. \quad (16)$$

Napětí mezi body A a C je v obou větvích stejné, tedy platí

$$R_{\text{term}}I_1 = (R_r + R_V)I_2. \quad (17)$$

Dále napětí mezi body A B, které měří voltmetr, by mělo jíti vyjádřit jako součet napětí mezi body A C a body C B (příčemž mínus u druhého členu je proto, že proud zde teče opačným směrem).

$$U = R_{\text{term}}I_1 - R_rI_2 \quad (18)$$

V tuto chvíli jsme sestavili tři rovnice ((16), (17) a (18)), v nichž vystupují čtyři neznámé veličiny: I_1 , I_2 , R_V a R_{term} , který nás zajímá. U a I máme změřené přímo zapojenými přístroji a R_r známe z části věnované teplotní závislosti. Nadále můžeme uvažovat odpor voltmetru $R_V = 10 \text{ M}\Omega$ (v [3] uveden jako „vstupní odpor“), načež se ukazuje, že ve skutečnosti je proud tekoucí větví s voltmetrem zcela zanedbatelný, více v diskusi.

Diskuze: reflexe událostí

Jak již bylo zmíněno, i přes špatně zapojený obvod jsme dostali z naměřených dat voltampérovou charakteristiku, která vizuálně odpovídá očekávanému průběhu, kteroužto skutečnost se pokusíme v následujícím odstavci objasnit.

Podíváme-li se na obrázek 4 nejdříve vlevo, tedy na obvod, podle kterého jsme zamýšleli měřit, vidíme, že voltmetr je zapojen k měřenému prvku – termistoru – standardně paralelně. To ovšem znamená, že pokud bychom z napětí a proudu naměřeného z tohoto zapojení chtěli počítat odpor, což jsme chtěli, zanedbáváme při tom proud tekoucí voltmetrem. Přesněji řečeno implicitně počítáme s tím, že odpor voltmetru je dostatečně velký, aby proud jím tekoucí byl zanedbatelný. Podíváme-li se teď na obrázek 4 vpravo, tedy na obvod, s kterým jsme skutečně měřili, vidíme, že voltmetr je v zásadě k termistoru připojen také paralelně, pouze se ve větví s voltmetrem nachází *navíc* i ochranný rezistor. To znamená, že větev s voltmetrem a rezistorem má ještě o něco větší odpor než samotný voltmetr (sériové odpory se sčítají). Můžeme tedy uvažovat, že i touto větví teče zanedbatelný proud a naměřený proud I je v podstatě roven proudu tekoucímu termistorem ($I \approx I_1$). Pro naměřené napětí platí rovnice (18), naměřené napětí je tedy o R_rI_2 menší než napětí na termistoru. Počítáme však s tím, že I_2 je malé, a navíc se dá předpokládat, že odpor voltmetru bude o hodně větší než odpor ochranného rezistoru, rozdíl R_rI_2 se tedy také dá zanedbat a $U \approx U_{\text{term}}$. Naměřená voltampérová charakteristika tedy vypadá legitimně.

Z rozboru v minulém odstavci bychom očekávali, že skutečný proud procházející termistorem je o něco nižší než naměřený I a skutečné napětí na termistoru o něco vyšší než naměřené U . Z toho vyplývá, že odpor termistoru je o trochu vyšší než spočtené R_m a z něj spočtená teplota tedy o trochu nižší. Vyčíslíme-li rovnice (16), (17) a (18) s uvažovanou hodnotou $R_V = 10 \text{ M}\Omega$, zjistíme však, že tato korekce postrádá smysl – výsledky jsou v rámci nejistot stejné. Zjištěná teplota $T_m = (360 \pm 2) \text{ K}$ tedy bude též v rámci nejistoty odpovídat skutečnosti.

Hodnoty B , R_∞ a U byly určeny fitem, který na rozdíl od původně očekávaného nebyl lineární. Rozbor rozdílů přesnosti těchto dvou metod fitování v Originu jde nad naše znalosti, myslíme si však, že nelineárním fitem nevznikla žádná markantní nepřesnost. Fitování proběhlo bez započtení nejistot fitovaných veličin, ty by však proti nejistotě fitu byly nejspíše zanedbatelné.

Zastáváme názor, že zpracování by se rozhodně zjednodušilo a možná i zpřesnilo, kdybychom bývali naměřili data bez systematické chyby, jejíž odstraňováním jsme strávili mnoho času.

Závěr: konec dobrý, všechno dobré

Naměřená voltampérová charakteristika je uvedena v grafu 1. Teplotu termistoru v jejím maximu jsme určili na

$$T_m = (360 \pm 2) \text{ K} = (86 \pm 2) \text{ }^\circ\text{C}.$$

Teplotní závislost odporu termistoru je vynesena v grafu 2 a její zlogaritmovaná verze v grafu 4. Z nelineárního fitu byla určena teplotní citlivost termistoru B , limitní odpor R_∞ a kromě toho i odpor ochranného rezistoru R_r , dále byla dopočtena ionizační energie U vztažená k jednomu molu.

$$B = (2506 \pm 9) \text{ K}^{-1} \quad R_\infty = (0,081 \pm 0,003) \text{ } \Omega \quad U = (41\,700 \pm 100) \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$R_r = (321 \pm 4) \text{ } \Omega$$

Literatura

- [1] *Charakteristiky termistoru*. Studijní text k fyzikálnímu praktiku. Dostupné online. [cit. 5. 11. 2023]
https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_209.pdf
- [2] ENGLISH, J. *Úvod do praktické fyziky*. Praha, MATFYZPRESS, 2006.
- [3] *Charakteristiky termistoru – fotodokumentace k úloze*. Doprovodný text k fyzikálnímu proraktiku. Dostupné online. [cit. 11. 11. 2023]
https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/foto/foto_209.pdf
- [4] DOYLE, A. C. *Příběhy Sherlocka Holmese (Podpis čtyř)*. Přel. V. Henzl, Z. Wolfová, J. Zábrana. Praha, Městská knihovna v Praze, 2011. Dostupné online. [cit. 14. 11. 2023].
https://web2.mlp.cz/koweb/00/03/34/76/85/pribehy_sherlocka_holmese.pdf
- [5] MIKULČÁK, J. a kol. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky a vzorce pro střední školy*. Praha, Prometheus, 2018.