Složitost II

1 Základní třídy a vztahy

LOG	$\mathtt{DSPACE}(\log n)$	P	$\bigcup_{c\geq 0}\mathtt{DTIME}(n^c)$
NLOG	$\mathtt{NSPACE}(\log n)$	NP	$\bigcup_{c\geq 0}\mathtt{NTIME}(n^c)$
POLYLOG	$\bigcup_{c\geq 0}\mathtt{DSPACE}(\log^c n)$	DEXT	$\bigcup_{c\geq 0}\mathtt{DTIME}(2^{cn})$
PSPACE	$\bigcup_{c\geq 0}\mathtt{DSPACE}(n^c)$	NEXT	$\bigcup_{c\geq 0}\mathtt{NTIME}(2^{cn})$
NPSPACE	$\bigcup_{c\geq 0}\mathtt{NSPACE}(n^c)$	EXPTIME	$\bigcup_{c\geq 0}\mathtt{DTIME}(2^{n^c})$
EXPSPACE	$\bigcup_{c\geq 0}\mathtt{DSPACE}(2^{cn})$	NEXPTIME	$\bigcup_{c\geq 0}\mathtt{NTIME}(2^{n^c})$

1. $\mathtt{NLOG} \subseteq \mathtt{P} \subseteq \mathtt{NP} \subseteq \mathtt{PSPACE} = \mathtt{NPSPACE} \subseteq \mathtt{EXPTIME}$
2. $\mathtt{NLOG} \subset \mathtt{PSPACE} \subset \mathtt{EXPSPACE}$
3. $\mathtt{P} \subset \mathtt{DEXT} \subset \mathtt{EXPTIME}$

2 O lineární prostorové kompresi

Nechť je jazyk L přijímán DTS M s prostorovou složitostí $S(n)$. Potom $\forall r \in \mathbb{N}^+$ existuje DTS M', který má prostorovou složitost $S(n)/r$ a přijímá L (a zachovává počet pásek).

3 O lineárním zrychlení

1. Nechť je jazyk L přijímán DTS M, který má časovou složitost $T(n)$ a nechť $\inf_{n\to\infty}\frac{T(n)}{n} = \infty$, potom $\forall c > 0$ existuje DTS M', který má časovou složitost $cT(n)$ a přijímá jazyk L.
2. Nechť je jazyk L přijímán DTS M, který má časovou složitost $T(n) = cn$, kde $c > 1$. Potom $\forall \epsilon > 0$ existuje DTS M', který má časovou složitost $(1+\epsilon)n$ a přijímá jazyk L.

Neboli:

1. $\inf_{n\to\infty}\frac{T(n)}{n} = \infty \quad \Rightarrow \quad \forall c > 0 \quad \mathtt{DTIME}(T(n)) = \mathtt{DTIME}(cT(n))$
2. $T(n) = cn, c > 1 \quad \Rightarrow \quad \mathtt{DTIME}(T(n)) = \mathtt{DTIME}((1+\epsilon)n)$

A úplně stejně pro nedeterministické.

4 O deterministické prostorové hierarchii

Nechť $S_1, S_2 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ jsou funkce takové, že $S_1 \in o(S_2)$, S_2 je prostorově konstruovatelná a $S_1(n) \geq \log_2 n$. Potom existuje jazyk L, pro který platí:

$$L \in \mathtt{DSPACE}(S_2(n)) \setminus \mathtt{DSPACE}(S_1(n))$$

5 O deterministické časové hierarchii

Nechť $T_1, T_2 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ jsou funkce takové, že $T_1 \log T_1 \in o(T_2)$ a T_2 je časově konstruovatelná. Potom existuje jazyk L, pro který platí:

$$L \in \mathtt{DTIME}(T_2(n)) \setminus \mathtt{DTIME}(T_1(n))$$

6 O vztazích

Nechť $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ je funkce. Potom platí:

1. $\mathtt{NTIME}(f(n)) \subseteq \mathtt{DSPACE}(f(n))$
2. $L \in \mathtt{NSPACE}(f(n)), f(n) \geq \log_2 n \quad \Rightarrow \exists c_L : L \in \mathtt{DTIME}(c_L^{f(n)})$

7 Savičova

Nechť $S : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ je prostorově konstruovatelná funkce taková, že $S(n) \geq \log_2 n$. Potom:

$$\mathtt{NSPACE}(S(n)) \subseteq \mathtt{DSPACE}(S^2(n))$$

8 Translační

Nechť S_1, S_2, f jsou prostorově konstruovatelné funkce taková, že $f(n), S_2(n) \geq n$. Potom:

$$\begin{aligned} & \mathtt{NSPACE}(S_1(n)) \subseteq \mathtt{NSPACE}(S_2(n)) \\ \Rightarrow \quad & \mathtt{NSPACE}(S_1(f(n))) \subseteq \mathtt{NSPACE}(S_2(f(n))) \end{aligned}$$

A podobně pro DSPACE, DTIME *a* NTIME.

9 O nedeterministické prostorové hierarchii (omezená verze pro polynomy)

Nechť $\epsilon > 0, r \geq 1$. Potom existuje jazyk L, pro který platí:

$$L \in \mathtt{NSPACE}(n^{r+\epsilon}) \setminus \mathtt{NSPACE}(n^r)$$