Příklad 1 (6 bodů).
Popište hraniční body množiny X v euklidovské rovině $\mathbf{R}^2$,

$$X = \{(x,y) \mid x = 1, 1/2, 1/3, ..., \ 0 \leq y \leq 1 - x\} .$$

Odpověď zdůvodněte.

Příklad 2 (6 bodů).

a) Vysvětlete typy konvergence posloupností a řad funkcí.

b) Ano nebo ne: když posloupnost reálných funkcí konverguje stejnoměrně na množině A a konverguje stejnoměrně na množině B, potom konverguje stejnoměrně i na jejich sjednocení $A \cup B$.

c) Ano nebo ne: posloupnost funkcí

$$f_n(x) = 1/(x+n)$$

konverguje na množině $\mathbf{R}$ stejnoměrně. Odpovědi zdůvodněte.

Příklad 3 (6 bodů).

a) Uveďte (bez důkazů) výsledky o mocninných řadách v reálném oboru.

b) Rozhodněte, zda funkce $f(x) = \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n^3}$ je na intervalu $(0,1)$ rostoucí nebo klesající nebo není ani jedno z toho.

Odpovědi zdůvodněte.

Příklad 4 (6 bodů).

Uveďte a dokažte Banachovu větu o pevném bodu.